**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

**MATEMÁTICA PREPARATORIA PARA INGENIERÍA**

**GUÍAS DE ESTUDIO**

*“La gota abre la piedra, no por su fuerza sino por su constancia” Anónimo*

**INTRODUCCIÓN**

Quienes estamos involucrados en la enseñanza superior y como profesores de Matemática Preparatoria para Ingeniería, hemos tenido la necesidad de escribir guías de estudio que sirvan de apoyo al estudiante que quiere ingresar a la Facultad de Ingeniería.

Estas guías han sido escritas con el objeto de facilitar al estudiante el aprendizaje de esta ciencia. Sin embargo hay algunos factores importantes que se deben tomar en cuenta: el conocimiento del curso, la paciencia, el interés de parte del estudiante, habilidad del profesor para enseñar, entre otros.

Es por eso, que estas guías están escritas con sencillez, con un estilo de escritura directo, ya que si vale la pena expresar algo, debe decirse en la forma más clara posible.

En cuanto a la necesidad de estudiar las guías, se debe al beneficio obtenido, fuera de los conocimientos generales, de despertar el ingenio y habilidad especial de cada cual, ofreciéndole los instrumentos, que le sirvan para desarrollar su inteligencia individual.

El objetivo principal de este trabajo, es que el estudiante adquiera una habilidad tangible para resolver problemas, por medio de un método sistemático, mejor que la simple memorización, ya que al comprender sólidamente los temas, el estudiante podrá formarse un concepto y un vocabulario básico de matemática con el fin de que adquiera seguridad en su propia capacidad, y la confianza necesaria para dominar el material técnico.

Nosotros no nos atribuimos la creación de una sola de las teorías expresadas en estas guías sino, tan solo el mérito de haberlas recopilado y presentado en forma comprensible y útil.

El trabajo por parte del estudiante es muy duro y muchas veces cansado, pero sólo con disciplina y dedicación puede ser alcanzado el conocimiento necesario para alcanzar el éxito en el estudio.

Para finalizar esta introducción, queremos recomendar al estudiante, leer cada guía y resolver los ejercicios por completo, pues no es aconsejable tratar de adquirir un conocimiento si antes no nos hemos apropiado de los elementos necesarios para que el nuevo conocimiento tenga un significado.

**Docentes PAP Ingeniería**

**PREFACIO:**

Estas “GUÍAS DE ESTUDIO” se han elaborado cuidadosamente, siguiendo secuencialmente, el contenido programático del curso de “Matemática para Ingeniería” y llevan como objetivo fundamental, contribuir a la preparación del estudiante, para facilitarles en forma resumida, práctica y didáctica, una obra de consulta rápida de las 8 unidades.

Las guías incluyen conceptos básicos, propiedades, procedimientos, algoritmos, para complementar los conocimientos que poseen los alumnos recién graduados de diversificado, muchas veces deficientes, confusos, incompletos, etc.

También incluyen ejercicios y problemas ilustrativos, resueltos como modelos o guías y problemas y ejercicios de aplicación con respuestas proporcionadas, para motivar a catedráticos y a alumnos a resolver muchos de ellos, verificando su respuesta y a continuar en el maravilloso mundo de la matemática, adquiriendo habilidad, entendimiento, destreza, desarrollo de la inteligencia, aplicación del ingenio y la imaginación, la creatividad, el sentido común, la iniciativa, el talento, chispa o viveza de ingenio, organización del tiempo y mejorar sus resultados académicos, como fruto del aprendizaje.

Finalmente el objetivo del curso aludido, con la contribución pedagógica de estas “guías de estudio”, es ayudar al alumno, a su preparación y adaptación a los cursos de los primeros ciclos de la Facultad de Ingeniería y evitar tanto fracaso, como lo demuestran las estadísticas negativas de los últimos años.

**INDICE**

**UNIDAD 1**

**Fundamentos de aritmética**

* 1. Matemática y Número
  2. Conjunto de números naturales. Concepto de sucesor y antecesor.
  3. Números pares e impares.
  4. Números primos y compuestos.
  5. Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad. Teorema fundamental de la Aritmética.
  6. Conjunto de números enteros. Orden y valor absoluto.
  7. Operaciones elementales con números enteros y sus propiedades.
  8. Jerarquía de las operaciones con números enteros.
  9. Resolución de problemas.

1.10 Reconocimiento de patrones en sucesiones numéricas.

**UNIDAD 2**

**Números racionales: propiedades, operaciones y aplicaciones**

2.1 Mínimo común múltiplo y Máximo común denominador.

2.2 Fracciones equivalentes. Ampliación y simplificación de fracciones.

2.3 Comparación de fracciones.

2.4 Operaciones elementales con números racionales y sus propiedades.

2.5 Jerarquía de las operaciones con números racionales.

2.6 Fracciones decimales.

2.7 Representación decimal de los números racionales.

2.8 Resolución de problemas.

**UNIDAD 3**

**Exponentes y radicales**

3.1 Potencias y raíces con números enteros y racionales.

3.2 Leyes de los exponentes y de los radicales.

3.3 Operaciones con potencias y radicales.

3.4 Representación geométrica de algunas potencias y raíces.

3.5 Operaciones con números reales.

3.6 Resolución de problemas.

**UNIDAD 4**

**Fundamentos de álgebra de los números reales**

4.1 Transición del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico.

4.2 Expresiones algebraicas. Simplificación de términos semejantes.

4.3 Operaciones con polinomios.

4.4 Productos notables y sus aplicaciones.

4.5 Factorización de polinomios.

4.6 Operaciones con fracciones algebraicas.

4.7 Resolución de problemas.

**UNIDAD 5**

**Proporcionalidad**

5.1 Razones y proporciones.

5.2 Proporcionalidad directa y su aplicación en la resolución de problemas.

5.3 Proporcionalidad inversa y su aplicación en la resolución de problemas.

5.4 Reparto proporcional directo e inverso.

5.5 Proporcionalidad compuesta y su aplicación en la resolución de problemas.

**UNIDAD 6**

**Ecuaciones lineales y cuadráticas**

6.1 Propiedades de la igualdad: reflexividad, simetría y transitividad.

6.2 Concepto de ecuación y principio para su solución.

6.3 Ecuaciones lineales. Ecuaciones equivalentes.

6.4 Solución de ecuaciones lineales con una y dos incógnitas.

6.5 Ecuaciones cuadráticas: Concepto y forma general.

6.6. Solución de ecuaciones cuadráticas con raíces reales: factorización, por completación y por formula general.

**UNIDAD 7**

**Aplicaciones de las ecuaciones lineales y cuadráticas**

7.1 Estrategias para la modelación y solución de problema mediante ecuaciones.

7.2 problemas que plantean condiciones aritméticas, problemas que se refieren a números.

7.3 problemas de movimiento.

7.4 problemas de mezcla.

7.5 problemas de inversión.

7.6 Otras aplicaciones.

**UNIDAD 8**

**Introducción a la geometría**

8.1 Elementos fundamentales, punto, recta y plano.

8.2 Ángulos: concepto, sistemas de medición, clasificación y propiedades.

8.3 Triángulos: Definición, clasificación, líneas notables, perímetro y área.

8.4 Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones.

8.5 cuadriláteros: clasificación, cálculo de perímetros y áreas.

8.7 Cuerpos geométricos: área superficial y volumen.

8.8 Problemas de aplicación que vinculen el álgebra y la geometría.

**VII. REFLEXIÓN PERSONAL EN RELACIÓN A LAS PRUEBAS MATEMÁTICAS QUE SE EFECTÚEN, PARA DETECTAR FALLAS DE LOS ALUMNOS:**

1. Asistencia.
2. Puntualidad.
3. Tareas mínimas.
4. Tareas extra.
5. Consultas oportunas de dudas.
6. Grupo de estudio.
7. ¿Estudié lo necesario?

10. ¿Estoy satisfecho del esfuerzo invertido en el curso?

11. ¿Puedo mejorar?

12. ¿Qué estoy dispuesto a sacrificar para mejorar?

13. Mi participación en clase ha sido: activa… positiva… negativa… pasiva…

14. ¿Respeté silencio y orden?

15. ¿Qué distractores eliminaré?

16. ¿Estoy dedicado al estudio?

17. Otros elementos a considerar…

**IX. ALGUNOS ENTRETENIMIENTOS MATEMÁTICOS:**

1. ¿Cuánto de tierra hay en un agujero 2.00 • 2.00 •2.00 metros?
2. VII = I cambiar de ubicación 1 palillo y convertir en igualdad matemática
3. 5 + 5 + 5 = 550 trazando 1 línea recta, convertir la expresión, en igualdad matemática.
4. Con 16 palillos formar 8 triángulos equiláteros iguales. Eliminar 4 palillos y dejar 4 triángulos, pero que cada uno toque a otro, en cualquier punto.
5. Seccionar la Luna en “cuarto menguante” en 6 áreas, con el trazo de 2 rectas.
6. Trazar un cuadrado con 3 rectas.
7. Trazar un cuadrado con 3 rectas, pero en el centro del papel o el pizarrón.
8. El cuadro con operadores matemáticos, iguales a 6, usando los, signos de agrupación que sean necesarios.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 | = | 6 |
| 2 | 2 | 2 | = | 6 |
| 3 | 3 | 3 | = | 6 |
| 4 | 4 | 4 | = | 6 |
| 5 | 5 | 5 | = | 6 |
| 6 | 6 | 6 | = | 6 |
| 7 | 7 | 7 | = | 6 |
| 8 | 8 | 8 | = | 6 |
| 9 | 9 | 9 | = | 6 |
|  |  |  |  |  |

10. ¿Cuántos cuadrados hay en un tablero de ajedrez?

11. Dividir un pastel cilíndrico, en 8 porciones, con sólo 3 cortes.

12. Si un ladrillo pesa 4 libras + ½ ladrillo, ¿cuántas libras pesarán ladrillo y medio?

13. Plantar 4 árboles, de manera que haya la misma distancia entre todos ellos.

14. 6 hombres beben cerveza en un bar, un total de 21 vasos. Cada uno ha bebido diferente cantidad que los demás. ¿ Cuánto ha bebido cada uno?.

15. ¿Qué área tiene un triángulo cuyos lados miden 94, 177 y 82 cms?

16. Expresar cien, usando obligadamente los 10 dígitos sin repetir.

17. Plantar 10 árboles que formen 5 filas de tres árboles en cada fila.

18. Con 6 palillos formar 4 triángulos equiláteros iguales.

19. Escribir un número de 10 dígitos (0 a 9), de tal forma que al multiplicarlo por 2, dé otro de 10 dígitos sin repetir.

**X. TIPS PARA EL ESTUDIO-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS:**

1. Actitud mental positiva. Puedes, si crees que puedes.
2. Asiduidad y puntualidad.
3. Participación en clase, con atención y concentración.
4. Pre-lectura de los temas: permite tener una idea global del punto o puntos a tratar; facilitar identificar las ideas fuerza de la próxima exposición, con un avance del tema.
5. Tomar notas ordenadas y claras.
6. Integrar un equipo de estudio: entre 2 y 4 participantes, para que responsablemente contribuyan, con ayuda y motivación a los compañeros, en el que todos “jalen parejo”, y faciliten el éxito del aprendizaje.
7. Horario de estudio: elaborarlo, escribirlo en forma atractiva, colocarlo en un lugar visible de cada interesado y respetarlo.
8. Lugar de estudio: elegirlo, lo más apartado posible de ruidos, personas, t.v., radio y otros distractores que dificultan la concentración. Debe tener buena iluminación y ventilación, estar limpio, ordenado y con todo el material y útiles necesarios para un estudio sin mayores interrupciones.

9. Ejercicios matemáticos: efectuar muchos, para dominar cada tema, adquirir habilidad, relacionar un tema con otros y aplicarlos, a fin de facilitar la resolución de problemas.

10. Dudas: tratar de resolverlas oportunamente y no permitir su acumulación antes del desarrollo del siguiente tema o capítulo.

11. Perseverancia: constancia, superación y sacrificio, para invertir más tiempo, en calidad y cantidad, en el estudio del curso.

12. Estudio oportuno: significa aprendizaje eficiente. Después de cada clase, aproveche el siguiente período libre, para repasar y reforzar lo explicado, estudiando las reglas y resolviendo los problemas o ejercicios del capítulo. Al posponer el estudio inmediato de la clase recibida, más detalles olvidarán del mismo y perderá más tiempo en “agarrar el hilo” y concentrarse en el tema.

13. Consultar otros libros: también Internet, bibliotecas y otras fuentes de información de matemática, para aumentar el hábito de estudio y de investigación.

14. Leer no es estudiar: estudiar es comprender, pensar con detenimiento y profundidad acerca de cada tema, motivo del curso o del estudio. Al estudiar, acumulamos conocimientos, cultura y ejercitamos al máximo nuestra inteligencia. Estar conscientes que se estudia para aprender y no para ganar un examen o para quedar bien con alguien.

15. Mejorar los hábitos de estudio: permite aprovechar mejor el tiempo, aprender con más rapidez y grabar profundamente las ideas, conceptos, reglas y procedimientos, para su aplicación en los diferentes capítulos del curso.

16. No debemos decir: “es difícil… no tengo memoria… no me puedo concentrar…no tengo tiempo… lo haré otro día…” Digamos: puedo, quiero y lo haré.

17. Cómo actuar frente a un problema matemático: para resolverlo, primero léalo bien; entérese de qué se trata, cuáles son todos los datos, cuáles son las incógnitas. Si puede, haga un dibujo para visualizarlo, tratando de usar símbolos, diagramas, flechas, etc., con colores agradables a la vista. Piense cuáles son los posibles métodos o procedimientos… y hasta este preciso momento, empiece a escribir, planteando el problema con lenguaje matemático o algebraico, según sea el caso. Es muy importante trabajar con orden y limpieza. Esto facilitará cualquier revisión posterior. Recuerde que, hasta donde le sea posible, debe efectuar la comprobación del resultado, para verificar que fue planteado y operado satisfactoriamente.

18. Haga la mayor cantidad de ejercicios y problemas, hasta dominar el tema. En ejercicios “modelo”, copie únicamente los datos y efectúe el ejercicio completo, sin consultar el procedimiento del libro, y finalmente compare el resultado. Si no llegó a la solución esperada, repita el proceso y las operaciones y si es necesario consulte cómo se resuelve, para no quedarse con dudas de ese ejercicio o problema. Repita por escrito, los ejercicios que considere con mayor grado de dificultad y compare resultados.

**Reflexiones.**

- Todo lo que vale la pena hacerse, vale la pena hacerlo bien.

- Todas las cosas, tienen muchas maneras de hacerse, pero solamente una inteligencia entrenada, sabe cómo buscar todos sus ángulos, hasta dar con aquél que proporcione la solución exacta y práctica.

- Un viaje de 100 kilómetros, comienza con un sencillo paso.

**XI. ALGUNOS OBJETIVOS DELA GUIA**

* Reforzar conceptos.
* Ordenar ideas.
* Recordar procesos y procedimientos.
* Profundizar técnicas de estudio-aprendizaje.
* Aumentar su inteligencia.
* Incrementar los niveles de atención y creatividad e imaginación.
* Desarrollar la agilidad mental.
* Actualizar estrategias de razonamiento lógico-matemático, para poner en práctica sus conocimientos sobre principios y propiedades de números y operaciones, para resolver a satisfacción, problemas de lógica y de matemática.
* Adquirir destrezas para entender y visualizar los problemas que se le planteen y resolverlos satisfactoriamente.
* Profundizar en la utilización de la lógica y el razonamiento, en la resolución de problemas matemáticos.

**XII. Elementos fundamentales que han desarrollado muchos profesionales guatemaltecos exitosos, entrevistados por reporteros de Prensa Libre en el año 2009:**

* Dedicación.
* Esfuerzo continuo.
* Deseos de triunfar.
* Creatividad.
* Confianza en sí mismo.
* Gusto, agrado, pasión por lo que se hace.
* Disposición por aprender.
* Voluntad férrea.
* Orden y disciplina.

**XIII. 10 reglas que cumplen la mayor parte de los habitantes de países que tienen éxito y prestigio internacional, en economía, producción, industria, exportaciones, paz social, publicación de libros…**

1. Lo ético como principio básico.
2. Orden y limpieza.
3. Integridad.
4. Puntualidad.
5. Responsabilidad.
6. Deseo de superación.
7. Respeto a sí mismo y las leyes y reglamentos.
8. Respeto al derecho de los demás.
9. Amor al trabajo.

10. Cumplimiento de las responsabilidades y su esfuerzo por la economía, el emprendimiento y la acción.

No se debe a la raza, ni a la inteligencia, ni al nivel económico, ni a la extensión territorial, ni a sus recursos naturales… sino a **actitud** positiva de la población, a su **comportamiento**, a su **conducta**, a su predisposición en sus acciones.

**XIV. ASPECTOS QUE FACILITAN EL APENDIZAJE DE MATEMÁTICA:**

Para entender y aprender matemática con mayor facilidad y profundidad, se requiere cumplir, entre otros, con los aspectos siguientes:

1. Interés por aprender.
2. Dedicación.
3. Esfuerzo continuo.
4. Autoconfianza.
5. Responsabilidad.
6. Creatividad.
7. Curiosidad.
8. Investigación.
9. Deseo de triunfar.

10. Orden y limpieza.

11. Efectiva planificación del tiempo.

12. Actitud mental positiva.

13. Sentido común.

14. Trabajo en equipo.

15. Pre-lectura.

16. Efectiva participación en clase.

17. Estrategias eficaces de estudio oportuno.

18. Mentalidad crítica y analítica

19. Valoración del conocimiento matemático.

20. Ejecución, a conciencia, de todas las tareas.

21. Cumplir con los “requisitos” del curso.

22. Deseo de superación personal y colectiva, para sentirse útil y capacitado a favor de una Guatemala mejor.

**XV. EL MUNDO DE LOS TRIUNFADORES Y DE LOS PERDEDORES:**

* El triunfador busca hacer las cosas. El perdedor busca demostrar que no se puede.
* El triunfador ve siempre una oportunidad, cerca de cada obstáculo. El perdedor sólo ve obstáculos cerca de cada oportunidad.
* El triunfador siempre se orienta hacia la solución. El perdedor siempre está desorientado en el problema.
* El triunfador dice: quizás sea difícil, pero es muy posible. El perdedor dice: puede que sea posible, pero es muy difícil.
* El triunfador es parte de la respuesta. El perdedor es parte del problema.
* El triunfador siempre tiene un plan. El perdedor siempre tiene una excusa.
* El triunfador dice: lo conseguí. El perdedor dice: casi lo consigo, si no fuera por…

**XVIII. PROGRAMA DE MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA:**

1. **DESCRIPCIÓN**

El curso permite realizar una revisión de los tópicos de aritmética elemental, como vía para introducirse fácilmente en el campo del álgebra. Se incluyen además temas fundamentales de geometría y su vinculación con el tratamiento algebraico. Se enfatizará la construcción de un sistema conceptual cuya articulación coherente proporcione el sustento para el aprendizaje de algoritmos de cálculo y procedimientos de solución analítica en el campo del álgebra. La base conceptual construida y las habilidades procedimentales desarrolladas se combinan con el aprendizaje de distintas estrategias para la modelación y resolución de diversas situaciones problema.

El enfoque metodológico propuesto para el desarrollo del curso, se sustenta en una visión formativa en la que se pretende complementar la adquisición de conocimientos matemáticos con el desarrollo de habilidades básicas de pensamiento matemático que potencialicen el desempeño académico y con el desarrollo de competencias que posibiliten el aprendizaje autónomo, tanto individual como en equipo.

1. **OBJETIVOS**
   1. **2.1 Generales**

2.1.1. Fortalecer la formación matemática de los estudiantes en cuanto a los conceptos fundamentales, articulación coherente de procedimientos analíticos y la aplicación de los mismos en la resolución de problemas.

2.1.2. Desarrollar habilidades de pensamiento matemático tales como: observación, reflexión, reconocimiento de patrones, abstracción, generalización, deducción, entre otras.

2.1.3. Fomentar actitudes que favorezcan el desempeño matemático tales como: formación de hábito de estudio, esfuerzo continuado, compromiso personal por aprender, curiosidad, entre otras.

2.1.4. Fomentar el desarrollo de competencias básicas que posibiliten el aprendizaje autónomo, tales como capacidad para trabajar en equipo, resolver problemas abiertos, investigar, juicio crítico, liderazgo académico, entre otras.

**2.22 Específico**

Que el estudiante:

2.2.1. Desarrolle habilidad para la comprensión de los conceptos, propiedades y reglas que se utilizan en las operaciones aritméticas y algebraicas.

2.2.2. Desarrolle habilidad en la representación de las operaciones y conceptos matemáticos, integrando conocimientos de los tres campos en estudio: aritmético, algebraico y geométrico.

2.2.3. Desarrolle habilidad en la aplicación de conocimientos y procedimientos analíticos en solución de problemas.

2.2.4. Desarrolle actitudes y competencias que potencialicen su capacidad para el aprendizaje autónomo.

**2. RECOMENDACIONES PARA SU USO:**

Las guías de estudio constituyen una valiosa herramienta de estudio y consulta parael estudiante.El papel del catedrático debe aprovecharse en la formación- instrucción de los alumnos, porque serán los UNIVERSITARIOS y los profesionales del futuro y Guatemala será mucho mejor que hoy, al tener como fruto de los estudios superiores, profesionales honestos, estudiosos, responsables, justos, preocupados por el bien común. Debe, a la par de la instrucción o enseñanza del curso, fomentar actitudes positivas a favor de Guatemala, de la sociedad y de la USAC, que incluyen el respeto a los demás, el respeto y cumplimiento de las leyes y reglamentos, así como el aprovechamiento de los recursos que la Facultad de Ingeniería pone a su servicio, como locales iluminados y ventilados, mobiliario, servicios sanitarios, auditórium, jardines, catedráticos preparados, etc.

Las guías de este documento son una ayuda, pero el catedrático debe preparar sus clases con antelación, para que el período de cada clase sea aprovechado eficazmente para motivar, recordar conceptos, enseñar otros conceptos y propiedades, algoritmos, etc., y debe explicar el contenido de la guía a tratar. También efectuar o resolver problemas o ejercicios modelo o ilustrativos y dejar tareas de cada guía, para que el alumno vaya dominando todos los temas del curso, adquiera habilidades, desarrolle la lógica matemática, destrezas, razonamiento y aumente sus hábitos ordenados de estudio-aprendizaje y logre muchos frutos en todos los aspectos mencionados.

Recordemos que EDUCAR:

es enseñar a pensar…

es conducir, no amenazar…

es convencer, no regañar…

y como dijo Mark Van Doren: “El arte de enseñar, es el arte de ayudar en el descubrimiento”.

Facultad de Ingeniería de la USAC

Guatemala, febrero de 2010.

**UNIDAD 1**

“Pregúntese cuál es el secreto de sus éxitos. Escuche con cuidado su respuesta y póngala en práctica todos los días” R. Bach

**MATEMÁTICA**

**Objetivo de la unidad:**Que el estudiante conozca el contenido de los números reales y su ubicación en la recta numérica y desarrolle la habilidad en la comprensión de conceptos, propiedades y reglas que se utilizan en las operaciones aritméticas.

**Guía de estudio No. 1.1**

**Tema: DEFINICIÓN DE MATEMÁTICA, NÚMERO Y TIPOS DE NÚMEROS**

**Historia de la Matemática**:

La evolución de la matemática puede ser considerada como el resultado de un incremento de la capacidad de [abstracción](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Abstracci%C3%B3n_(matem%C3%A1ticas)&action=edit&redlink=1) del hombre o como una expansión de la materia estudiada.

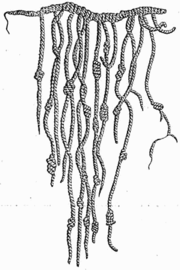
Desde el comienzo de la [historia](http://es.wikipedia.org/wiki/Historia), las principales disciplinas matemáticas surgieron de la necesidad del hombre de hacer cálculos con el fin de controlar los [*impuestos*](http://es.wikipedia.org/wiki/Impuesto) *y el* [*comercio*](http://es.wikipedia.org/wiki/Comercio), comprender las relaciones entre los números, la medición de terrenos y la predicción de los [*eventos astronómicos*](http://es.wikipedia.org/wiki/Astronom%C3%ADa). Estas necesidades están estrechamente relacionadas con las principales propiedades que estudian las matemáticas la cantidad, la estructura, el espacio y el cambio.

Además de saber [contar](http://es.wikipedia.org/wiki/Cuenta) los objetos físicos, los [hombres prehistóricos](http://es.wikipedia.org/wiki/Prehistoria) también sabían cómo contar *cantidades abstractas* como el [tiempo](http://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo) ([días](http://es.wikipedia.org/wiki/D%C3%ADa), [estaciones](http://es.wikipedia.org/wiki/Estaci%C3%B3n), [años](http://es.wikipedia.org/wiki/A%C3%B1o), etc.). Asimismo empezaron a dominar la [aritmética](http://es.wikipedia.org/wiki/Aritm%C3%A9tica) elemental ([suma](http://es.wikipedia.org/wiki/Suma), [resta](http://es.wikipedia.org/wiki/Resta), [multiplicación](http://es.wikipedia.org/wiki/Multiplicaci%C3%B3n) y [división](http://es.wikipedia.org/wiki/Divisi%C3%B3n)).

La palabra **"matemática"** (del griego μαθηματικά, «lo que se aprende») viene del griego antiguo μάθημα (*máthēma*), que quiere decir «campo de estudio o instrucción». El significado se contrapone a μουσική (*musiké*) «lo que se puede entender sin haber sido instruido», que refiere a poesía, retórica y campos similares, mientras que μαθηματική se refiere a las áreas del conocimiento que sólo pueden entenderse tras haber sido instruido en las mismas (astronomía, aritmética).[] Aunque el término ya era usado por los pitagóricos en el siglo VI a. C., alcanzó su significado más técnico y reducido de "estudio matemático" en los tiempos de [Aristóteles](http://es.wikipedia.org/wiki/Arist%C3%B3teles) (siglo IV a. C.).

La forma plural *matemáticas* viene de la forma latina [*mathematica*](http://la.wikipedia.org/wiki/mathematica) ([Cicerón](http://es.wikipedia.org/wiki/Marco_Tulio_Cicer%C3%B3n)), basada en el plural en griego τα μαθηματικά (*tamathēmatiká*), usada por [Aristóteles](http://es.wikipedia.org/wiki/Arist%C3%B3teles) y que significa, a grandes rasgos, "todas las cosas matemáticas".

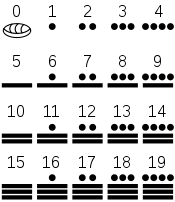
Los siguientes avances requirieron la escritura o algún otro sistema para registrar los números, tales como *tallies* o las *cuerdas anudadas*, denominadas *quipu,* que eran utilizadas por los Incas para almacenar datos numéricos. Los sistemas de numeración han sido muchos y diversos. Los primeros escritos conocidos que contienen números fueron creados por los egipcios en el Imperio Medio, entre ellos se encuentra el Papiro de Ahmes. La cultura del valle del Indo desarrolló el moderno *sistema decimal*, junto con el concepto de *cero.*



[Los antiguos babilonios utilizaban el](http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Quipu.png) *[sistema sexagesimal](http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Quipu.png)*[, escala matemática que tiene por base el número sesenta. De este sistema, la humanidad heredó la división actual del tiempo: el día en veinticuatro horas, o en períodos de doce horas cada uno, la hora sesenta minutos y el minuto en sesenta segundos.](http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Quipu.png)

Los árabes proporcionaron a la cultura europea su [sistema de numeración](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_numeraci%C3%B3n), que reemplazó a la numeración romana. Este sistema prácticamente no se conocía en [Europa](http://es.wikipedia.org/wiki/Europa) antes de que el matemático [Leonardo Fibonacci](http://es.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci) lo introdujera en [1202](http://es.wikipedia.org/wiki/1202) en su obra [Liberabbaci](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Liber_abbaci&action=edit&redlink=1) (Libro del ábaco). En un principio los europeos tardaron en reaccionar, pero hacia finales de la [Edad Media](http://es.wikipedia.org/wiki/Edad_Media) habían aceptado el nuevo sistema numérico, cuya sencillez estimuló y alentó el progreso de la [ciencia](http://es.wikipedia.org/wiki/Ciencia).

Al igual que otras civilizaciones mesoamericanas, ***los mayas*** utilizaban un [sistema de numeración](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_numeraci%C3%B3n) de [base](http://es.wikipedia.org/wiki/Base) 20 (vigesimal). También los mayas preclásicos *desarrollaron independientemente el concepto de* [*cero*](http://es.wikipedia.org/wiki/Cero)*alrededor del año 36 a. C*.[] Este es el primer uso documentado del [cero](http://es.wikipedia.org/wiki/Cero) en América, aunque con algunas peculiaridades que le privaron de posibilidad operatoria. []Las inscripciones, los muestran en ocasiones trabajando con sumas de hasta cientos de millones y fechas tan extensas que tomaba varias líneas el poder representarlas.



**Los números mayas del 0 al 19**.

**Conceptos:**

**Definición de Matemática:** Conjunto de habilidades, que involucra operaciones con números, que ayudan a resolver problemas.

**Definición de Número**: Es una idea o pensamiento, asociado a un conjunto de objetos, o que representan una magnitud ó una cantidad. El [símbolo](http://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADmbolo) de un número recibe el nombre de [numeral](http://es.wikipedia.org/wiki/Numeral) o [cifra](http://es.wikipedia.org/wiki/Cifra). Los números se usan en la vida diaria como etiquetas (números de teléfono, numeración de carreteras), como indicadores de orden (números de serie), como códigos ([ISBN](http://es.wikipedia.org/wiki/ISBN)), etc.

**TIPOS DE NÚMEROS**: Existe toda una [teoría de los números](http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_los_n%C3%BAmeros), que clasifica a los números en:

* [**Números naturales**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural) **:** Son todos los números enteros positivos, incluyendo el cero y se designa por. **N = { 0, 1, 2, 3…….}**
* [**Números primo**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_primo)**s** : Son los números naturales que sólo tiene dos factores que son el número mismo y el uno. **Ej: 2, 3, 5, 7, 11.**
* **Otra definición:**Son números naturales los que se pueden dividir por si mismos y por 1 para dar solución exacta.
* [**Números compuestos**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_compuesto): Son aquellos números que son divisibles por otros números diferentes a uno y por él mismo.**Ej: 4, 6, 8, 9, 10**.
* [**Números enteros**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero) : Son los que no tienen parte decimal, incluyendo los negativos.

**Z = { ……-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…….}**

* [**Números pares**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_par)**:** Se originan al multiplicar los números naturales por dos. Se representa de la forma: ***2n.***Ej*: n = 3; 2n = 2x3* = 6.
* [**Números impares**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_impar)**: Son los números naturales que no son pares, y por tanto no son múltiplos de 2.Se representan de la forma:**

***2n* + 1**. **Ej: 1, 3, 5, 7, 9, 11.**

* [**Números racionales**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional): Son todos aquellos que se pueden escribir en forma de fracción se designan por.

**Q = { *a/b*, tal que *b ≠ 0*….}**

* [**Números irracionales**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_irracional)**:** Son los números que poseen infinitas cifras decimales y no periódicas, se designan por:Ej: = 1.41421356…., = 2.23606797, ****



* [**Números reales**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real)**:** Incluyen todos los números anteriormente descritos. Cubren la recta numérica y cualquier punto de ésta es un número real, son el conjunto de números naturales, cardinales, enteros, racionales e irracionales.
* [**Números complejos**](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_complejo): También llamados **números imaginarios,** es un [número](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero) cuyo cuadrado es negativo. el nombre de ***i*** (por imaginario) Cada número imaginario puede ser escrito como *ib* donde *b* es un [número real](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real) e *i* es la unidad imaginaria, con la propiedad:



Actividad 1

Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es matemática?
2. ¿Qué es un número?
3. ¿Qué es una fracción?
4. ¿Qué es un número irracional?
5. ¿Qué diferencia hay entre un número real y un número imaginario?
6. ¿Es irracional la raíz cuadrada de seis?
7. ¿Es irracional, el doble de un número irracional?

**Actividad 2**

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Si n es par, ¿Cuál de los siguientes números podría ser impar?
2. *n + 3* b) 3*n* c) *n2-1*
3. De los siguientes números, indique ¿Cuál de ellos es un número irracional?
4. b) c) 2π



1. ¿Cuál de los siguientes números es un racional?
2. 3.333 b) 5 1/3 c) ****
3. El número 3/5, ¿a qué tipo de número pertenece?
4. Irracional b) Racional c) Imaginario
5. ¿Cuál de los siguientes números es Real?
6. √3 b) 2π c) 5 1/3
7. Clasifique los números:

π/2, , 2.25111…, , 



1. Utilizando las iniciales de cada tipo de número, indique a qué tipo pertenece cada número de la tabla siguiente:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 4/7 | 8 |  | -9/5 | 0.032 | √8 | -6.4 | 3 |
| N |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Z |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Q |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| I |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Respuestas de la actividad 1:** 1)Conjunto de habilidades, que involucra operaciones con números, que ayudan a resolver problemas. 2) Es una idea o pensamiento, asociado a un conjunto de objetos, o que representan una magnitud ó una cantidad. 3) Es un número racional, formado por el numerador y el denominador. 4) Son los números que poseen infinitas cifras decimales. 5) Los números imaginarios**,** son[número](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero)s cuyo cuadrado es negativo. el nombre de **i** (por imaginario) Cada número imaginario puede ser escrito como *ib* donde *b* es un [número real](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real) e *i* es la unidad imaginaria, con la propiedad: 6) Si es irracional. 7) Si es irracional.



**Respuestas de la actividad 2:**1)a y c son correctas; 2) Todos; 3) a; 4) b; 5) Todos; 6) Irracional, irracional,racional, complejo, racional; 7) N, Q,N,C,Q, Q, I, Q, I

*“El éxito no se logra haciendo algo correcto una vez, sino haciendo las cosas bien con regularidad. Los hábitos son la clave de todos los éxitos” H. Urban*

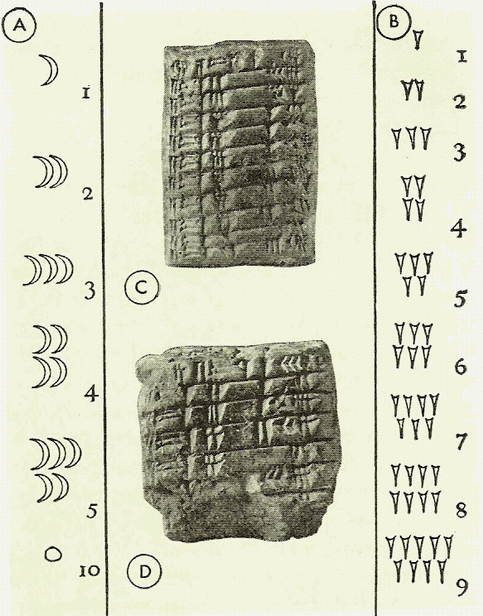
**Guía de estudio No. 1.2**

*“Piensa en grande, actúa en grande, sé grande” N. V. Peale*

**Tema**: **CONJUNTO DE NUMEROS NATURALES.**

**CONCEPTO DE SUCESOR Y ANTECESOR**

La noción de número surge en el ser humano como respuesta a su necesidad de contar objetos. Posiblemente, el conjunto de los **números naturales** recibe este nombre porque fueron los primeros que se usaron para realizar procesos de conteo. Dicho conjunto lo denotaremos por **N.** Para representar la idea de cantidad, se han utilizado diferentes símbolos a los que se conoce como **numerales**, los cuales han variado en las diferentes culturas.



Actualmente utilizamos los símbolos indo-arábigos, de manera que:

**N** = { 0, 1, 2, 3…….}

Aunque el número cero en la antigüedad sólo fue usado en la cultura hindú *Sistemas denumeración antiguos*

y en la maya, es conveniente estudiarlo como el primer elemento del conjunto

de números naturales. Si observa el conjunto de los números naturales, notará que estos pueden ser ordenados de tal manera que al elegir uno cualquiera, es posible establecer cuál es el siguiente, sumándole una unidad; dicho número se conoce como **sucesor.** Por ejemplo: el sucesor de 25 es 26 ya que *25 + 1 = 26,* o bien, el sucesor de 1001 es 1002. Además, para un número natural diferente de cero, puede identificarse su **antecesor**, restándole una unidad, por ejemplo: el antecesor de 925 es 924 ya que *925 – 1 = 924*. Lo anterior permite afirmar que los números naturales consecutivos difieren en una unidad. Esto puede representarse como:



**Algunos conceptos:**

**Antecesor:** preceder, que va antes.

**Sucesor**: que sucede a uno o sobreviene en su lugar, como continuador de él.

**Sucesivamente**: sucediendo o siguiendo una persona o cosa a otra.

**Consecutivamente:** inmediatamente después, luego, por su orden, uno después de otro.

**Consecutivo**: dícese de las cosas que se siguen o suceden sin interrupción.

**Actividad 1**

**Resuelva los problemas que se presentan a continuación:**

1. Empleando cuatro veces el número 3 (ni más, ni menos) y las operaciones habituales: (+, −, ,÷) y signos de agrupación que necesite, expresar todos los números del 1 al 10.



1. Empleando cuatro veces el número 5 (ni más, ni menos) y las operaciones habituales: (+, −, , ÷, factorial) y los signos de agrupación que necesite, expresar todos los números del 1 al 10.



1. Coloque los números naturales del 1 al 9 formando un triángulo equilátero y sume las columnas. El número resultante de la suma, ha de ser capicúa o palíndromo. Una posible solución es:

8  
9 6 4  
1 7 5 3 2  
-----------------  
2 7 9 7 2

Encuentre otras soluciones.

## **En el cuadrado mostrado, se han colocado los números del 1 al 9.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **9** | **2** - El número de la segunda fila (384) es el doble que el de la primera (192). - El de la tercera fila (576) es el triple que el de la primera (192).    Encuentre otras maneras de colocar los números del 1 al 9 que satisfagan las mismas condiciones. |
| **3** | **8** | **4** |
| **5** | **7** | **6** |

## Elija cifras, de modo que no sean las tres iguales; por ejemplo 637. Luego forme un número, ordenando las cifras y resulta 763. Enseguida forme otro, ordenándolas de menor a mayor y resulta 367. A continuación restamos los números formados: 763 − 367 = 396. Este último número lo invierte (obteniendo 693) y sumamos los dos últimos: 693 + 396 = 1.089. Repetimos el proceso con 475 ----> 754 - 457 = 297, 297 + 792 = 1.089.¿Será cierto que partiendo de cualquier número de 3 cifras resulta siempre 1.089? Explique.

## En la República de Bizarria existe un curioso sistema monetario, pues solamente tienen monedas de 7 centavos y de 10 centavos. ¿Cuál es la mayor cantidad de centavos que no se puede abonar exactamente utilizando tales monedas, (sin dar vuelto)?

## Determine tres números naturales pares consecutivos, cuya suma sea 180.

1. Colocar un número en cada cuadro, teniendo en cuenta que:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

       a)    3, 6, 8, están en la fila superior.  
         b)    5, 7, 9, están en la fila inferior.  
         c)    1, 2, 3, 6, 7, 9, no están en la columna izquierda.  
         d)    1, 3, 4, 5, 8, 9, no están en la columna derecha.

1. La diferencia entre el cuadrado del sucesor de un número cualquiera y el doble de dicho número es: a) *x2 + 1* b) *x2 + 1 – 2x*  c) *(x+1)2 – 2x*

## ****Respuestas a los problemas de actividad 2.****

## **a) ; ; ; ; **;** **;****

## ****;** **;****

## **b) ; ; ; ; **;****

## ****;** **;** **;****

c) 3 6 8

2 1 4 7 4 2 9 4 6

5 8 9 7 6 8 5 3 1 91 3 5 7 2

6 1 4 1 6 9 3 3 3 9 2 3 8 3 2

**d) Proponga otra solución**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2** | **1** | **9** |
| **4** | **3** | **8** |
| **6** | **5** | **7** |

## 

## **e) Serie de operaciones con cualquier número de 3 dígitos diferentes que siempre dan el mismo resultado de 1089.**

## **Escriba un número de 3 dígitos diferentes, invierta el orden de las cifras o dígitos y reste el menor del mayor. Al resultado o diferencia, súmele el número que obtenga al invertir otra vez, el orden de sus cifras. El total de las operaciones en todos los casos es 1089.**

## **Comprobación matemática del porqué: siga cuidadosamente los 5 pasos siguientes**

## **Primer paso: supongamos que los dígitos o cifras o números naturales son *a, b y c y ac*. Como el número es de tres dígitos llamados centenas, de derecha a izquierda ocupan los espacios de unidades, decenas y centenas: *a b c***

## **Segundo paso: el desarrollo del número inicial los escribimos como o sea; al invertir el orden de las cifras, la expresión del trinomio que se forma es al restar la última expresión de la anterior, tenemos: =**



## **Tercer paso: Para poder operar y facturar la expresión, restándole a la expresión última una cantidad y sumando la misma cantidad, el valor de la expresión no se altera, por lo que si elegimos por ejemplo restarle, 100 y sumarle (90 + 10) tenemos:**

## **Cuarto paso: factorizando o sacando factor común de los tres primeros términos y agrupando los tres últimos términos tenemos: , al invertir nuevamente las cifras de esta expresión resulta.**

## **Quinto paso: al sumar ahora los 2 últimos números o expresiones tenemos: ()=**

## 

## **Comprobación con 5 ejemplos numéricos.**

## **791 482 150 917 813**

## **- 197-284- 051- 719- 318**

## **594 198 099 198 495**

## **+495 +891 +990+891+594**

## **1089 1089 1089 1089 1089**

## **f) Por tanteos, iniciándose con 100 centavos (10 monedas de 10 ¢ ) se va disminuyendo de 1¢ en 1¢ hasta obtener la respuesta que es de 53¢**

## **g) 58, 60 y 62.**

**h) Por tanteos (y/o con papelitos recortados con el valor de cada/digíto) se va satisfaciendo cada requisito proporcionado.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8** | **3** | **6** |
| **4** | **1** | **2** |
| **5** | **9** | **7** |

*“No enseñar a un hombre que está dispuesto a aprender, es desaprovechar a un hombre. Enseñar a quien no está dispuesto a aprender, es malgastar las palabras” Confucio*

**Guía de estudio No. 1.3**

*“Estúdiate a ti mismo y guíate por un propósito inquebrantable” Selecciones R.D.*

## ****Tema: NÚMEROS PARES E IMPARES**.**

Los números pares se originan al multiplicar los números naturales por dos, como se muestra a continuación:

Si **n** representa un número natural, ***2n*** representa un número par.

Observe que dos números pares consecutivos difieren en dos unidades, por ejemplo 12 y 14. Dos números pares consecutivos pueden representarse por: ***2n***y***2n*** + 2



## **Los números naturales que no son pares, se conocen como impares. Puede observar que el sucesor de un número par, es impar; así, los números impares se pueden representar de la forma:** *2n*+ 1, siendo n un número natural.

## **Al haber definido en la guía de estudio 1.1, los conceptos de consecutivo, sucesor y otros términos se deduce que los números naturales que no son pares, se conocen como impares. Puede observarse que el sucesor de un número par es impar, así los números impares se pueden representar de la forma:… siendo un número natural.**

## **Por otra parte si el significado de la palabra “múltiplo” se resume como el número o cantidad que contiene a otro u otra, varias veces exactamente, también podemos representar a números múltiplos consecutivos, así por ejemplo 2 números múltiplos de 3 consecutivos: y ; 3 números múltiplos de 5 consecutivos: , ; 2 números múltiplos de 7 consecutivos: y así sucesivamente.**

## ****Ejercicios de aplicación**:**

## ****1)** Determine dos números naturales, pares consecutivos, cuya suma sea 194.**

**Solución: Número menor = ; Número mayor =**



**Planteamiento que resume los datos: **

**4= 194 – 2 ; **

**Número menor: 2(48)= 96**

**Número mayor : 2(48)+2=98 Comprobación: 96 + 98 = 194**

**R. 96 y 98**

## ****2)** La suma de dos números naturales impares es 124. Hallar los números:**

**Solución: n1 =, n2 =**



**Ya que la suma de los dos números impares consecutivos es 124, tenemos:**



**Despejamos n:**



**Respuesta: primer número 61 segundos numero 63**

**Comprobación:**



## ****Actividad 1.** Resuelva los siguientes problemas y ejercicios:**

**1. La suma de 2 números pares naturales, consecutivos es 66 ¿cuáles son? R.32 y 34.**

**2. La suma de los lados de un triángulo miden 3 números naturales consecutivos. Si el perímetro es de 24 cms. ¿cuánto mide cada lado? R. 7, 8 y 9 cms**

**3. Un tercio de la suma de tres números enteros múltiplos de 5, consecutivos, es 90 encuéntrelos.**

**R. 85, 90 y 95**

**4. El mayor de 3 números enteros, consecutivos, impares, menos dos veces el menor, es igual a 13 menos dos veces el de en medio. Encuéntrelos. R. 5, 7 y 9**

**5. La suma de dos números naturales pares es 1250 y su diferencia es 750. Hallar los números.**

**R. 1000 y 250**

**6. La suma de dos números naturales impares es 45678 y su diferencia es 9856. Hallar los números.**

**R.27767y 17911**

**7.** Buscamos un número de seis cifras con las siguientes condiciones.   
         - Ninguna cifra es impar.   
         - La primera es un tercio de la quinta y la mitad de la tercera.   
         - La segunda es la menor de todas.   
         - La última es la diferencia entre la cuarta y la quinta. R. 204,862

**8. Complete las siguientes tablas con los números naturales pares e impares, según las indicaciones que se señalan en cada una:**

**a) b) c)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ANTECESOR | |  | INTERMEDIO | | |  | SUCESOR | |
|  | 14 |  | 24 |  | 28 |  | 19 |  |
|  | 26 |  | 32 |  | 36 |  | 35 |  |
|  | 36 |  | 21 |  | 23 |  | 26 |  |
|  | 12 |  | 29 |  | 31 |  | 17 |  |
|  | 28 |  | 64 |  | 68 |  | 14 |  |

**d) e) f)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | PAR ANTECESOR | | |  |  |  |
| IMPAR SUCESOR | |  | IMPAR SUCESOR | | |  | IMPAR ANTECESOR | |
| 99 |  |  |  | 17 |  |  |  | 9 |
| 25 |  |  |  | 46 |  |  |  | 27 |
| 17 |  |  |  | 82 |  |  |  | 31 |
| 47 |  |  |  | 35 |  |  |  | 19 |
| 19 |  |  |  | 40 |  |  |  | 29 |

**Respuestas: a) 12, 24, 34, 10, 28; b) 26, 34, 22, 30, 66; c) 20, 36, 28, 18, 16**

**d) 101, 27, 19, 49, 21; e) 16-19, 44-47, 80-83, 34-37, 38-41; f) 7, 25, 29, 17, 27**

## ***“El camino a la excelencia no tiene límite de velocidad” D. Johnson***

**Guía de estudio No. 1.4**

*“La matemática: el inconmovible fundamento de todas las ciencias y la generosa fuente de beneficios para los asuntos humanos.”*

**Tema: NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS**

**¿Quién fue Eratóstenes?**

Eratóstenes nació en Cyrene (Libia) en el año 276 a. C. Fue astrónomo, historiador, geógrafo, filósofo, poeta, crítico teatral y matemático. Estudió en Alejandría y Atenas. Alrededor del año 255 a. C, fue el tercer director de la Biblioteca de Alejandría. Trabajó con problemas de matemáticas, como la duplicación del cubo y números primos. Una de sus principales contribuciones a la ciencia y a la astronomía fue su trabajo sobre la medición de la tierra. Eratóstenes en sus estudios de los papiros de la biblioteca de Alejandría, encontró un informe de observaciones en Siena, unos 800 Km. al sureste de Alejandría, en el que se decía que los rayos solares al caer sobre una vara el mediodía del solsticio de verano (el actual 21 de junio) no producía sombra, lo que le ayudó a encontrar el tamaño de la tierra, para ello inventó y empleó un método trigonométrico además de las nociones de latitud y longitud. Creó uno de los calendarios más avanzados para su época y una historia cronológica del mundo desde la guerra de Troya. Realizó investigaciones en geografía dibujando mapas del mundo conocido, grandes extensiones del río Nilo y describió la región de Eudaimon (actual Yemen) en Arabia. Eratóstenes al final de su vida fue afectado por la ceguera y murió de hambre por su propia voluntad en 194 a. C., en Alejandría. Trabajó con problemas matemáticos sobre números primos ideando un método para hallar números primos pequeños conocido como "CRIBA DE ERATÓSTENES".

**Número primo:** Es un número natural que sólo tiene dos factores que son el número mismo y el uno. Un número compuesto tiene otros factores, además de sí mismo y el uno.

**Número compuesto**: Esel número, que tiene más de una forma de descomposición en factores, de factorización, cuando los factores no son necesariamente primos, o bien, son aquellos números que son divisibles por otros números diferentes a uno y por él mismo.

* Los números 0 y 1, no son ni primos ni compuestos.
* Todos los números pares son divisibles por dos, por lo tanto, todos los números pares mayores que dos, son números compuestos.
* Todos los números que terminan en cinco o en cero son divisibles entre cinco, por lo tanto, todos los números que terminan en cinco o en cero y son mayores que cinco, son números compuestos.
* Los números primos son aquellos que tienen la propiedad de poseer únicamente dos divisores: el mismo número y el 1, que es divisor de todo número.
* Los números primos entre dos y 100 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.
* Cuando un número primo se divide por sí mismo, el resultado es 1.
* Cuando un número primo se divide por 1, el resultado es el mismo número primo.

|  |
| --- |
| El dos, sólo es divisible por 1 y por el 2:  2/1 = 2 2/2 = 1 |

* El 3 es primo porque al igual que al 2, sólo lo divide el propio número y la unidad.

|  |
| --- |
| 3/1 = 3 ; 3/3 = 1 |

**Primos gemelos**:

Los primos consecutivos que tienen una diferencia de dos unidades, como 3 y 5 se llaman primos gemelos.

|  |
| --- |
| **Primos inversos**:  Son pares de primos en los cuales sus dígitos están colocados en forma inversa, en relación a la posición de las unidades y decenas. (Ejemplos: 31 y 13; 17 y 71; 37 y 73)  **Primos entre sí:**  Si, por definición, no tienen ningún divisor común, más que 1 y -1, entre sí. Ejemplo: 8 y 15, cuyos divisores son: 1, 2, 4, 8 y 1, 3, 5, 15, respectivamente. |
| La **criba de Eratóstenes** es un algoritmo que permite hallar todos los **números primos** menores que un número natural dado.  Partimos de una lista de números que van de 2 hasta un determinado número.  Eliminamos de la lista los múltiplos de 2.  Luego tomamos el primer número después del 2 que no fue eliminado (el 3) y eliminamos de la lista sus múltiplos, y así sucesivamente.  El proceso termina cuando el cuadrado del mayor número confirmado como primo es menor que el número final de la lista.  Los números que permanecen en la lista son los primos.  **Ejemplo**: Vamos a calcular por este algoritmo los números primos menores que 40.  **1**. Escribimos los números, en nuestro caso serán los comprendidos entre 2 y 40.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** |   **2.** Eliminamos los múltiplos de 2.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **2** | **3** |  | **5** |  | **7** |  | **9** |  | **11** |  | **13** |  | **15** |  | **17** |  | **19** |  | | **21** |  | **23** |  | **25** |  | **27** |  | **29** |  | **31** |  | **33** |  | **35** |  | **37** |  | **39** |  |   **3.** El siguiente número es 3, como 32< 40, eliminamos los múltiplos de 3.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **2** | **3** |  | **5** |  | **7** |  |  |  | **11** |  | **13** |  |  |  | **17** |  | **19** |  | |  |  | **23** |  | **25** |  |  |  | **29** |  | **31** |  |  |  | **35** |  | **37** |  |  |  |   **4.** El siguiente número es 5, como 52< 40, eliminamos los múltiplos de 5.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **2** | **3** |  | **5** |  | **7** |  |  |  | **11** |  | **13** |  |  |  | **17** |  | **19** |  | |  |  | **23** |  |  |  |  |  | **29** |  | **31** |  |  |  |  |  | **37** |  |  |  |     **5.** El siguiente número es 7, como 72> 40, el algoritmo termina y los números que nos quedan son **primos**.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | **2** | **3** |  | **5** |  | **7** |  |  |  | **11** |  | **13** |  |  |  | **17** |  | **19** |  | |  |  | **23** |  |  |  |  |  | **29** |  | **31** |  |  |  |  |  | **37** |  |  |  | |

**Actividad 1**

1. De los siguientes números: 179, 311, 848, 743, 998. Indicar cuáles son primos y cuáles compuestos.

R. Primos: 179, 311,743. Compuestos: 848, 998.

1. Calcular, mediante una tabla, todos los números primos comprendidos entre 400 y 450.

R. 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449.

**Actividad 2**

Determine si cada número de los siguientes, es primo o compuesto:

1. 17 R. Primo 6) 36 R. Compuesto
2. 28 R. Compuesto 7) 47 R. Primo
3. 49 R. Compuesto 8) 55 R. Compuesto
4. 42 R. Compuesto 9) 80 R. Compuesto
5. 31 R. Primo 10) 97 R. Primo

*“El éxito en la vida consiste en seguir siempre adelante” S. Johnson*

**Guía de estudio No. 1.5**

*“Nunca te rindas, nunca, nunca, nunca” W. Churchill*

**Tema: MÚLTIPLOS, FACTORES Y DIVISORES**

**Algunos conceptos**

**Múltiplode un número:** es el número que contiene a éste, un número exacto de veces.

**Factor**: Es el número que está contenido en otro, un número exacto de veces, también se

Define como un sinónimo de multiplicando.

**Divisor**: Es el número que al ser dividido por otro, no produce ningún residuo.

**Patrones de divisibilidad:**

1. Se dice que 15 es *divisible* entre 5 porque 15 dividido entre 5 no produce ningún residuo.
2. Se dice que 15 es *múltiplo* de 5 porque 15 es divisible entre 5.
3. Se dice que 5 es un *factor* de 15 porque 15 es divisible entre 5.

**Algunas reglas de divisibilidad**: Estas reglas indican si un número es divisible exactamente entre otro número.

* Un número es divisible entre 2, cuando el dígito de sus unidades es 2, 4, 6,8 ó 0, es decir cuando termina en cifra par o en cero.
* Un número es divisible entre 3, cuando la suma de sus dígitos de un número es divisible entre 3.
* Un número es divisible entre 5, cuando el número termina en 5 ó 0.
* Un número es divisible entre 9, cuando la suma de sus dígitos es divisible entre 9.
* Un número es divisible entre 10, cuando su último dígito es 0.

**DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL**: Es el resultado de escribir un número como un producto de números primos. Ejemplo: 24 = 2∙2∙2∙3∙= 23∙3

**TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA:**

“La descomposición factorial de cualquier número natural, en término de números primos, es única, si no se toma en cuenta el orden de factores, o dicho con otras palabras: todo número natural puede escribirse como el producto de sus números primos esencialmente en forma única”. (Esencialmente significa que existen variaciones, pero en el orden de escribir los factores).

**Actividad 1**

**Preguntas**

1. ¿Cuántos divisores tiene un número primo?
2. ¿Cuántos múltiplos tiene un número?
3. ¿Cuál es el menor múltiplo de un número?
4. Formar cuatro múltiplos de cada uno de los números 5 y 6.
5. Hallar todos los múltiplos menores que 100 de los números 14 y 23.
6. Si un número es múltiplo de otro, ¿qué es éste del primero?
7. ¿Cuál es el residuo de dividir un número entre uno de sus divisores?
8. ¿Cuál es el mayor divisor de 784? ¿Y el menor?

**Respuestas:** 1) 2, 2) ∞, si el número es › 0, 3) Cero, 4) 5, 10, 15, 20; 6, 12, 18, 24;

5) 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98; y 23, 46, 69, 92; 6) Divisor y también uno de sus factores

7) Cero 8) 784 y 1

**Actividad 2**

**Ejercicios**

Determine si los siguientes números son divisibles entre 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ó 10y realice la descomposición factorial.

a) 45 R. 3, 5, 9 b) 63 R. 3, 7, 9

c) 79 R. Primo (1, 79) d) 86 R. 2

e) 102 R. 2, 3, 6 f) 261 R. 3, 9

g) 636 R. 2, 3, 4, 6 h) 5354 R. 2

I) 8004 R. 2, 3, 4, 6 j) 4672 R. 2, 4, 8

Respuestas actividad 2

1. 3².5b) c)79d)e)



f) g)h)22677i)2² .3. 29. 23



j)



**Actividad 3**

**Problemas sobre Divisibilidad y Descomposición factorial:**

1. Resuelva la siguiente adivinanza: “Soy un número mayor que 500 y menor de 550. Soy un número impar, múltiplo de 9 y mi dígito de las unidades es 1. ¿Qué número soy? R. 531
2. Diga cuál es la menor cifra que debe añadirse al número 124 para que resulte un número de 4 cifras múltiplo de 3. R. 2
3. Diga qué tres cifras distintas pueden añadirse al número 562 para formar un múltiplo de 3, de 4 cifras. R. 2, 5 y 8
4. Diga qué cifra debe suprimirse en 857 para que resulte un número de dos cifras múltiplo de 3.

R. 8 o 5

1. Para hallar el mayor múltiplo de 3 contenido en 7345, ¿en cuánto se debe disminuir este número? R. 1

**Actividad 4**

**Ejercicios**

1) Haga una lista de los divisores de cada número e identifique los factores primos:

1. 70 b) 88 c) 96 d) 100 e) 138

2) Exprese los siguientes números como producto de números primos, de acuerdo al “Teorema Fundamental de la Aritmética”:

1. 54 b) 80 c) 128 d) 156 e) 220 f) 333

g) 375 h) 480 i) 505 j) 1238 k) 157 l) 20011

Respuestas actividad 4

1a) Los divisores de 70 son: 1, 2, 5, 7, 10, 14,35 y 70. Susfactores primos son 2, 5 y7

1b) los divisores de 88 son: 1, 2, 4, 8, 22, 44, y 88. Sus factores primos son 2 y 11

1c) los divisores de 96 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96.Sus factores primos 2 y 3

1d) los divisores de 100 son: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100. Sus factores primos 2 y 5

1e) los divisores de 138 son: 1, 2, 3, 6, 23, 46, 69, 138. Sus factores primos 2, 3 y 23

*“Las cosas que vale la pena hacer, vale la pena hacerlas bien” K.B.*

**Guía de estudio No. 1.6**

*"Compromiso: Es hacer lo que debo hacer tenga ganas o no de hacerlo" Alexis A. Rodríguez*

# Tema: CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS. ORDEN Y VALOR ABSOLUTO

Los **números enteros** son una generalización del conjunto de [números naturales](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural) que incluye además del cero, números enteros negativos (resultados de restar a un número natural otro mayor). El hecho de que un número sea entero, significa que no tiene parte decimal.

Los números enteros negativos pueden aplicarse en diversos contextos, como la representación de profundidades bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, o deudas, entre otros.

En ciertas ocasiones necesitamos expresar valores que están antes o por debajo del valor que consideramos punto de partida o valor cero. Ha sido necesario ampliar el conjunto de los números incluyendo también los negativos, para ello añadimos al número natural un signo + o - . De esta manera han surgido los números enteros, que expresan valores que van de uno en uno, pero permiten expresar valores positivos y también valores negativos.

|  |
| --- |
| En la expresión escrita de un número entero, consideramos dos partes: el signo y el valor absoluto. **El conjunto de los números enteros lo identificamos con la letra Z** |
| **Z={... -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, ...}** |
| El conjunto de los números enteros es ilimitado en sentido de los negativos y en sentido de los positivos. Los números naturales están incluidos en los números enteros, porque son los enteros positivos.  Es conveniente buscar la forma más simple de expresar un número, por eso, para escribir un número entero positivo es preferible no poner el signo + y dejarlo en forma de número natural. |

## ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS:

En la [representación de los enteros](http://maralboran.org/wikipedia/index.php/N%C3%BAmeros_enteros:_Definici%C3%B3n), en la recta numérica, se observa el orden que existe en su conjunto, siendo los números negativos menores que los positivos y que el cero.

Si *a <b*, entonces *–a > -b y -b < -a,b Є N*

**La recta numérica**

Inventada por [John Wallis](http://es.wikipedia.org/wiki/John_Wallis), es un dibujo unidimensional de una línea en la que los [números enteros](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_enteros) son mostrados como puntos especialmente marcados espaciados uniformemente. La recta incluye todos los números reales, continuando "ilimitadamente" en cada dirección.



Está dividida en dos mitades simétricas por el [origen](http://es.wikipedia.org/wiki/Origen_de_coordenadas), es decir el número [cero](http://es.wikipedia.org/wiki/Cero). Del lado izquierdo del origen, los números son negativos, y del lado derecho son positivos.

Podemos determinar si un numeral es mayor o menor que otro, dependiendo del lugar que ocupa en la recta numérica. Decimos que un número es menor, cuando está ubicado a la izquierda de otro en la recta numérica, o sea, está más cerca del 0 y, decimos que es mayor, cuando se ubica a la derecha de otro y está más alejado del cero.

**Propiedad:**

**Los números enteros están ordenados.** De dos números representados gráficamente en la recta numérica, es **mayor** el que está situado más a la **derecha**, y **menor** el situado a su **izquierda.**

**Criterios para ordenar los números enteros**

1. **Todo número negativo es menor que cero.** −7 < 0
2. **Todo número positivo es mayor que cero.** 7 > 0
3. **De dos enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.** −7 > −10 |−7| < |−10|
4. **De los enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.** 10 > 7 |10| > |7|

**Ejemplo:** Ordene los siguientes números enteros en forma ascendente: -3, -16, 2, -7, 9, 0.

R. -16, -7, -3, 0, 2, 9

**VALOR ABSOLUTO:**

Es la distancia de un punto en la recta numérica al origen, es decir al cero sin importar su signo.

Para cualquier número real a, el valor absoluto de a denotado por |a| es

*|a| = a, si a ≥ 0* |*a| = a, si a< 0*



**PROPIEDAD DE TRICOTOMÍA**:

“Si se comparan dos números reales a y b, cualesquiera, estos deben cumplir con una y sólo una de las condiciones siguientes:

*a > b* ↔ *a – b*> 0 Se lee *a – b* es positivo

*a < b* ↔ *a – b*< 0 Se lee *a – b* es negativo

*a = b* ↔ *a – b* = 0 Se lee *a – b* es cero”.

**Ejemplo**: De acuerdo a la propiedad de tricotomía, coloque el signo de comparación que corresponde: a) │100│> 0



b) 2 =



**Actividad 1**

**Ejercicio:** Encuentre el valor absoluto de:

1) |3| R. 3 17) │2│ R. 2

2) | | R. 18) │19 - 15│ R. 4

3) | -5| R. 5 19) │8 - 8│ R. 0

4) |-3 | R.+3 20) │-13 - 9│ R. 22

5) |-7| R. 7 21) │-20 - 20│ R. 40

6) |-22/7| R. 22/7 22) │-3 -1│ R. 4

7) |π-4| R. π+4 23) │2 -11│ R. 9

8) |3-| R. 3 +  24) │10 -30│ R. 20

9) |-6|-|-2| R. 4 25) │19 -19│ R.0

10) |6.28 - 2π| R. 2π + 6.28 26) │-1│ R. 1

11) |2|-|6| R. -4 27) │8 -18│ R. 10

12) |-| R.  28) │3 + 6│ R. 9

13) ││2-5│-│4│-7│ R. 8 29) │-│- 20││ R. 20

14) ││-2│-│-6││ R. 4 30) ││-11│- │- 4││ R. 7

15) │-│5││ R. 5 31) │-│5 - 18││ R. 13

+ 3

16) -││-3│-│-4││ R. -1 32) │- │-3││ R. -

**Actividad 2**

1. Localice en la recta numérica la posición de los puntos que representan los siguientes números reales:
2. b) -3/4 c) -



1. 3.6 e) π f) -7

g) 2 h) 22/5 i) -2π

1. Se busca un número real x, que cumpla al mismo tiempo con las siguientes condiciones:

x > - 7 y 3 > x, ¿Cuál de los siguientes podría ser un valor para x?

1. -8 b) -3 c) 5 R. *b*
2. ¿Cuál de las siguientes fracciones son mayores que -7/10?
3. -11/15 b) -3/5 c) -26/35 R*. b*
4. Si *a < b < c < 0* ¿Cuál de las expresiones siguientes ordena correctamente las fracciones *1/a, 1/b, 1/c?*
5. 1/c < 1/b < 1/a b) 1/a < 1/b < 1/c c) 1/a < 1/c < 1/b R. *a*
6. ¿Cuál de las siguientes fracciones son mayores que 1/2?
7. 2/5 b) 4/7 c) 4/9 R. b
8. Con la ayuda de la recta numérica diga: ¿Cuál de los siguientes números es mayor?
9. -20 b) c) 25/20 R. b



1. El resultado de efectuar la siguiente operación es: - (│-7│+│7│-│-7│)
2. -21 b) 7 c) -7 R. c
3. Ordene en forma ascendente los siguientes números reales:

-2.5, 8/3, -1/2, , 2, -1, π/3 R. -2.5



9) Ordene en forma descendente los siguientes números reales:

4/7, -9/5, 0.032, -6.4, , π, 1.33 R.



**Actividad 3**

De acuerdo a la propiedad de tricotomía, coloque el signo de comparación que corresponde:

1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_1.5



1. -10 \_\_\_\_\_\_\_\_\_-2
2. -│-3/2│\_\_\_\_\_3/2
3. 3.6\_\_\_\_\_\_\_\_\_-3.9
4. -3\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_3
5. 5\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_-7
6. 8\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



1. │-5│\_\_\_\_\_\_ │5│

R. a)



*“Para ser exitoso no tienes que hacer cosas extraordinarias. Haz cosas ordinarias extraordinariamente bien” Anónimo*

**Guía de estudio No. 1.7**

*“Para empezar un gran proyecto, hace falta valentía. Para terminarlo, hace falta perseverancia”. Anónimo*

**Tema**: **OPERACIONES ELEMENTALES CON NÚMEROS ENTEROS**

**Y SUS PROPIEDADES**

Las operaciones aritméticas se clasifican en operaciones de composición o directas y operaciones de descomposición o inversas. La suma y la multiplicación son operaciones directas; la resta y la división son operaciones inversas; se llaman inversas, porque conociendo el resultado de la operación directa correspondiente y uno de sus datos, se halla el otro dato.

**Conceptos**:

**Suma:** Operación aritmética que sugiere la idea de agregar objetos a otros de la misma especie.

**Multiplicación:** Es una simplificación o abreviación de la suma.

**Sustracción:** En matemática se dice que esta operación es la suma de dos números y uno de ellos es negativo.

**División:** Se dice que en matemática esta operación no existe, es en realidad un caso de la multiplicación, que consiste en multiplicar un número “***a*”** por otro número que tiene la forma ***1/b*** al cual se le llama recíproco de ***b*,**  siendo ***b*** diferente de cero.

**PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Terminología** | **Caso general** | **Significado** |
| 1. La suma cumple con la propiedad de **Cerradura** | CERRADURA | Al sumar dos números, el resultado es un número de la misma naturaleza. Ej.: Se suman dos números naturales, el resultado, es otro número natural. |
| 2. La adición es **Conmutativa** | + *b = b* + | El orden es intrascendente cuando se suman dos números. |
| 3. La adición es **Asociativa** | + (b + c) = (+ b) + c | La agrupación es intrascendente cuando se suman tres o más cifras. |
| 4. 0 es el **Elemento neutro de la suma** | + 0 = | Sumar cero a cualquier cantidad produce la misma cantidad. |
| 5. -a es el **Simétrico o inverso aditivo** de a. De igual manera: a es el Simétrico o inverso aditivo de *–a* | + (-) = 0 | Sumar un número y su simétrico da como resultado el cero ¾ + (- ¾) = 0 |
| 6. La multiplicación es **Conmutativa** | *b* = *b* | El orden no tiene importancia al multiplicar dos números. |
| 7. La multiplicación es **Asociativa** | (*bc) = (b*)c | La agrupación carece de importancia al multiplicar tres números. |
| 8. 1 es el Elemento neutro de la multiplicación | •1 = | Multiplicar cualquier número por 1, da como resultado el mismo número. |
| 9. Si *a* ≠ 0, 1/a es el **Recíproco o inverso multiplicativo** de a. De igual manera *b/a* es el recíproco o inverso multiplicativo de *a/b* | *a•(1/a) = 1* | Multiplicar un número diferente de cero, por su recíproco, da uno. |
| 10. La multiplicación es **Distributiva** sobre la adición | *a(b + c) = ab + ac*  *(a + b)c = ac + bc* | Multiplicar un número y la suma de dos cifras equivale a multiplicar cada cifra por el número y luego sumar los productos. |

1) **Ejemplo de suma**: 3 manzanas + 2 manzanas = 5 manzanas

Muestra la “*propiedad de cerradura*”, se está sumando objetos de la misma naturaleza.

Conmutatividad de la suma:

3 + 2 +5 = 5 + 3 + 2 = 10, el orden es intrascendente cuando se suman 2 ó más números

2) **Ejemplo de multiplicación**: 25 = 10 y 2+2+2+2+2 = 10

6 = 6 ∙ se lee seis por x elevada al cuadrado

+++++=6

Conmutatividad de la multiplicación:

3 25 = 532 =30 el orden de los factores no es importante al multiplicar dos más números.



3) **Ejemplo de resta:** una persona sube a una montaña de 800 metros de altura,

Luego desciende 300 metros.

Asciende Desciende

+ 800 - 300 = 500 de diferencia

¿A qué altura descendió? R. a 500 m

4) **Ejemplo de la división**: = 15/3 = 15÷3 = 5

**Ley de signos en el producto:**

El producto o el cociente de dos números con igual signo, da siempre un resultado positivo



**5) Ejemplo de la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la división:**

3(5+2) = 3*x*5 + 3*x*2 = 15+6= 21

Formas indeterminadas de la división: Las siguientes divisiones no tienen un número real asociado como cociente:

* 0/0 = No existe
* c/0 = No existe

**Actividad 1**

Efectué los siguientes ejercicios de aplicación y responda las preguntas:

1. ¿Cuál es el inverso aditivo o simétrico de -13/17? R. 13/17
2. ¿Cuál es el inverso multiplicativo de -13/17? R. -17/13
3. Aplicando la propiedad distributiva, calcule: 12(9+11). R. 240
4. ¿Cuál es el simétrico de ? R.



1. ¿Cuál es el recíproco de ? R. 1/



1. ¿Cuánto queda al elevar un número al elemento neutro de la suma? R. 1



1. ¿Cuánto queda al elevar un número al elemento neutro de la multiplicación? R.



8. La mitad del recíproco de un número es 1/8. ¿Cuál es el número? R. 4

9. ¿Por cuál fracción debo multiplicar x/y para obtener el recíproco? R.y2/2



10. ¿Cuándo la suma de dos sumandos es igual a uno de ellos? R. Cuando uno de ellos es 0.

11. ¿Cuándo la suma es igual al número de sumandos? R. Cuando todos los sumandos son 1.

12. Si P, es la suma de P sumandos, ¿Cuáles son los sumandos? R. Todos son 1.

13. Siendo *m+n+p=q* podemos escribir que (m+n) +p = q por la ley: R. Asociativa

14. ¿Qué alteración sufre una suma si un sumando aumenta 6 unidades y otro aumenta 8?

R... Aumenta 14 unidades

15. Si = 10 ¿Cuál sería la suma si aumenta 3, aumenta 5 y aumenta 10? R. 28



16. = 104 ¿Cuál será la suma (+5) + () + ()? R. 110



17. Un sumando aumenta 56 unidades y hay tres sumandos que disminuyen 6 unidades cada uno. ¿Qué le sucede a la suma? R. Aumenta 38 unidades

**Actividad 2**

Complete la siguiente tabla:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Número | 1. Recíproco | 1. Simétrico |
| 3 |  |  |
| -5 |  |  |
| 1/2 |  |  |
| -1/7 |  |  |
| 3/5 |  |  |
| -3/4 |  |  |

Respuestas 1/3 y -3, -1/5 y 5, 2 y -1/2 -7 y 1/7, 5/3 y -3/5, -4/3 y 3/4.

**Actividad 3**

Nombre la propiedad ilustrada para cada uno de las siguientes igualdades:

1. π + = + π



1. ( 7 + 3 ) + 5 = 7 + ( 3 + 5 )
2. 3 + (-3) = 0



1. 3 ∙ (1/3) = 1



1. – (a - b) + (a – b) = 0
2. 12 ( 9 + 11) = 12∙9 + 12∙11
3. (a ∙ 3) ∙ 5 = a ∙ (3 ∙ 5)
4. 3 ∙ (1/3) = 1



1. π + 0 = π

Respuestas

1. La adición es conmutativa b) La adición es asociativa c) simétrico

d) recíproco o inverso multiplicativo e) simétrico o inverso aditivo f) la multiplicación es distributiva sobre la adición. g) la multiplicación es asociativa h) recíproco o inverso multiplicativo i) elemento neutro de la suma.

**Actividad 4**

Responda: ¿Cuáles de los siguientes enunciados son falsos y por qué?

|  |  |
| --- | --- |
| a) *(a + c) / b* ***=*** *a/b + c/b ; b ≠ 0* |  |
| b) *b/ (a + c)****=*** *b/a + b/c ; a ≠ 0, c ≠ 0, a+ c ≠ 0* |  |
| c) *1/ (1/a)* ***=***  *a* |  |
| e)*1/b = b-1* |  |

**Respuestas:**  Actividad 4: a) Verdadero b)falso, b es el dividendo, *a+c* es el divisor, no se puede separar en dos el divisor y al sustituir los valores de la ecuación, da cantidades diferentes por lo que no es una igualdad, c) verdadero, d) verdadero.

*“Cuando pierdas, no te fijes en lo que has perdido, sino en lo que te queda por ganar”*

*Anónimo*

**Guía de Estudio No. 1.8**

*“El éxito en la vida consiste en seguir siempre adelante” S. Johnson*

**Tema**: **JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS**

Los números naturales se consideran números enteros positivos y van precedidos del signo positivo (+), aunque no es obligatorio utilizarlo y no suele escribirse. A cada entero positivo le corresponde un número entero negativo, precedido obligatoriamente por el signo negativo (-).

Las operaciones, como muchas cosas en la vida, tienen un orden para efectuarse. Del idioma español podemos tomar como ejemplo la frase: “Se venden zapatos para señoras de piel de cocodrilo”, ¿qué es de piel de cocodrilo?, ¿las señoras o los zapatos? O si alguien pregunta: ¿Cuánto es la mitad de dos más dos?, si contesta rápidamente puede decir2, pero si lo piensa un momento podría decir 3. ¿Porqué?, puede ser ½(2+2)/2 ó ½(2)+2.

Aunque es notación matemática son suficientemente claras las dos expresiones anteriores, en idioma español necesitan signos de puntuación y en notación matemática necesito signos de agrupación o sea paréntesis.

**ORDEN DE OPERACIONES:**

1. Primero, resolver todo lo que esté dentro de símbolos de agrupación. (Si hay paréntesis anidados, las operaciones se efectúan de adentro hacia afuera).
2. Operar las expresiones exponenciales.
3. Hacer todas las multiplicaciones y divisiones en orden de izquierda a derecha.
4. Hacer todas las sumas y restas en orden de izquierda a derecha.

* Las operaciones que hay dentro del paréntesis, se hacen según los criterios anteriores.
* Los signos de agrupación pueden ser paréntesis ( ), corchetes [ ] y llaves { }.

**Ejemplo 1:**

1. (3 – 5)2  indica que después de restar se eleva al cuadrado.
2. [2(4 + 1)]2 indica que primero suma 4 con 1, luego multiplica por dos y por último eleva al cuadrado.
3. 2{3 – 4 [2- (4 + 7)3]} indica que la suma de 4 con 7 se eleva al cubo, este resultado se resta de 2 y luego se multiplica por 4. Este producto se resta de tres y el resultado se multiplica por 2.

**Ejemplo 2:**



**Actividad 1**

Resuelva los siguientes problemas**:**

1. Estamos en la planta 345 de un gran rascacielos del futuro y bajamos en ascensor a la planta 15. ¿Cuánto tiempo tardaremos si el ascensor tarda 1 segundo en bajar 5 pisos?

R.66 segundos

1. Pitágoras, filósofo y matemático griego, nació en el año 582 a.C. ¿Cuántos años han pasado hasta el año 2007 d.C.?

R. 2,589 años.

1. Durante el ascenso a una montaña, la temperatura desciende 2º C cada 200m. de ascenso. ¿A qué altura habrá qué ascender para alcanzar -15º C, si en el punto de partida, la temperatura es de 5º C y este está a una altitud de 300m?

R. 2,300 m**.**

**Actividad 2**

Opere y simplifique utilizando la jerarquía de las operaciones:

1. (8-3(6-4(3-1)))= R. 14

2. –((-2)2-(-3)3)= R. -31

3.  R. *x-6*

4.  R. 

5.  R. 

6. {2 [(2 + 3 – 5)² + + (2 ∙ 2 / 1) – (5 ∙ 8 / 2) (9 + 5)]} (2² + 1)= R. -2710



7. { [(7+5∙2)³ +3 (3∙3) – (20/5)]} (9-2) = R. 172,760.



**8.** {8 [(9-4+6)² + + (9∙2/2) – (60∙2/4) (9+1)]} (4²- 2) = R. -18368.



9. {(∙3) [(10+15) (5∙12)² + – (16-4∙3)]} / 6 = R. 90000



10. (15 – 4) + 3 – (12 – 10) + (5 + 4) – 5 + (10 –8 )= R. 18

11. 14−{7 + 4· 3- [((-2)2·2 – 6)]}+(22 +6 – 5 · 3) + 3 – (5 – 23 ÷2) R.-6

12. [15 - (23 - 10 2 )] · [5 + (3 ·2 - 4 )] - 3 + (8 - 2 · 3 ) = R.83



13. 14 −{7+4·3 - [(-2)2·2 -6)]}+ (22 + 6 - 5·3) +3 - (5 - 23 2)= R.-6



**Actividad 3**

Resuelva cada cálculo y conocerá el dato que falta para completar la oración:

1. El tiempo de gestación de un conejo es de …...........días y el de un caballo de casi…........meses.

a) R. 33 b) R. 11



1. Una ballena puede llegar a vivir hasta ….....años y un canario….años.

a) R. 70



b) 200 R. 12



1. El lago más profundo del mundo tiene …......metros y se encuentra en Asia, llamado Baikal.

a)



R. 1600

4.Los jugadores de tenis pierden alrededor de ….....kg. Durante un partido.

a) R. 3



5.El peso de una pelota de fútbol es de…......gramos y el peso de una pelota de golf es de…....gramos.

a) R. 414



b) R. 46



*“Un fracaso es sólo el condimento que dará sabor al éxito” Truman Capote*

**Guía de estudio No. 1.9**

*“Las batallas de la vida, raramente son ganadas por el hombre más fuerte o por el que corre más aprisa; por lo regular el que gana es quien* ***cree*** *que puede ganar” Anónimo*

**Tema: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Una de las actividades más distintivas del ser humano es la resolución de problemas. Estos pueden ser de diferente naturaleza: problemas científicos, económicos, políticos, sociales, morales, psíquicos, etc., cualquiera que sea, siempre necesita un aprendizaje para su resolución.

Después de la segunda guerra mundial, los principales investigadores de las ciencias de la computación, iniciaron un trabajo en torno a crear un programa que fuera capaz de resolver cualquier problema. Con este aporte nace lo que hoy es el área de la *inteligencia artificial*, dentro de las ciencias de la computación.

Hoy en día la inteligencia artificial reúne mucho más que la resolución de problemas. Crean un programa llamado GPS, del inglés General ProblemSolving, este programa es capaz de resolver cualquier problema de Geometría Analítica, pero el estudio de la lógica demostró que no es posible crear un algoritmo para resolver cualquier tipo de problema y de esa forma ese gran proyecto fracasó.

En la vida diaria resolvemos muchos problemas y por lo general se recurre a los conocimientos de matemática para encontrar una solución rápida. Sin importar el tipo del problema, es importante tener una *estrategia para solucionarlo*:

**GUÍA PARA RESOLVER PROBLEMAS:**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. COMPRENDA el problema.  ¿Qué datos tengo?  ¿Cuál es la pregunta?  ¿Qué necesito para hallar la respuesta? | 2. Desarrolle un PROCEDIMIENTO.  Piense en si se ha resuelto un problema similar.  ¿Qué estrategias o conocimientos puede aplicar?  De una respuesta aproximada. |
| 3. RESUELVA el problema.  Vea si se necesita aplicar otra estrategia.  ¿Cuál es la solución? | 4.REVISE  Verificar si la respuesta es correcta.  Verificar si tiene sentido la respuesta. |

**Ejemplo**: Pablo, Lucky y Alfredo, tienen un perro, un gato y un perico por mascotas. Lucky es alérgica a las plumas de las aves. El dueño del perro es amigo de Pablo, pero también es compañero de Lucky. ¿Quién es el dueño de cada mascota?

Solución: Pistas (datos)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Perro | Gato | Perico |
| Pablo |  |  |  |
| Lucky |  |  | No |
| Alfredo |  |  |  |

1. Lucky es alérgica a las plumas de aves.
2. El dueño del perro es amigo de Pablo y compañero de Lucky

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Perro | Gato | Perico |
| Pablo |  |  | Sí |
| Lucky | No | Sí | No |
| Alfredo | Sí |  |  |

**Actividad 1**

Investigar un problema aplicado al campo o área de estudio de cada estudiante y resolverlo.

**Actividad 2**

Resuelva los siguientes problemas:

1) Calcule el número que sumado con su antecesor y con su sucesor dé 114. R. 38

2) Calcule el número que se triplica al sumarle 28. R. 14

3) ¿Qué edad tiene Rosa, sabiendo que dentro de 56 años tendrá el quíntuplo de su edad actual?

R. 14

4) Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años? R. 16

5) En un rectángulo, la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? R. 10 y 28 cm.

6) En un control de conocimiento, hay que contestar 20 preguntas. Por cada pregunta bien contestada dan tres puntos y por cada fallo restan dos. ¿Cuántas preguntas acertó Elena sabiendo que ha obtenido 30 puntos y que contestó a todas? R. 14 preguntas.

7) Las dos cifras de un número suman siete y si se invierten de orden se obtiene otro número 9 unidades mayor. ¿De qué número se trata? R. 34

8) La mitad de un número multiplicado por su quinta parte es igual a 160. ¿Cuál es ese número? R. 40

9) Cada vez que un jugador gana una partida recibe Q.70, y cada vez que pierde paga Q.30. Al cabo de 15 partidas ha ganado Q.50. Calcular las partidas ganadas. R. 5 partidas

10) Un hombre que nació en 1911, se casó a los 25 años, 3 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tenía 27 años. ¿En qué año murió? R. 1966

11) El duplo de la suma de dos números es 100 y el cuádruplo de su cociente 36. Hallar los números. R. 45 y 5

12) Cuando Rosa nació, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? R. 13 años

13) ¿Cuál es el número que sumado con su duplo da 45? R. 15

14) Si Ángela habla más bajo que Rosa y Celia habla más alto que Rosa, ¿habla Ángela más alto o más bajo que Celia? R. más bajo

15) De cuatro corredores de atletismo se sabe que C ha llegado inmediatamente detrás de B, y D ha llegado en medio de A y C. ¿Podría Vd. Calcular el orden de llegada? R. BCDA

16) Ana, Beatriz y Carmen. Una es tenista, otra gimnasta y otra nadadora. La gimnasta, la más baja de las tres, es soltera. Ana, que es suegra de Beatriz, es más alta que la tenista. ¿Qué deporte practica cada una?

R. Ana es más alta que la tenista, por lo tanto no es ni la tenista, ni la gimnasta; es la nadadora. La gimnasta no es Ana, ni Beatriz (mujer casada), es Carmen. Por eliminación, la tenista es Beatriz.

*Todo es posible si creemos que lo es. Anonimo*

**Guía de estudio No. 1.10**

*“La disposición para vencer obstáculos, es parte del desayuno de los campeones.” Anónimo*

**Tema: RECONOCIMIENTO DE PATRONES EN SUCESIONES NUMÉRICAS**

**Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo** ([1170](http://es.wikipedia.org/wiki/1170)–[1250](http://es.wikipedia.org/wiki/1250)), también llamado **Fibonacci**, fue un [matemático](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tico)[italiano](http://es.wikipedia.org/wiki/Italia), famoso por haber difundido en [Europa](http://es.wikipedia.org/wiki/Europa), el [sistema de numeración](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_numeraci%C3%B3n) actualmente utilizado, el que emplea [notación posicional](http://es.wikipedia.org/wiki/Notaci%C3%B3n_posicional) (de base 10, o decimal) y un dígito de valor nulo: el [cero](http://es.wikipedia.org/wiki/Cero); y por idear la [sucesión de Fibonacci](http://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_de_Fibonacci) (surgida como consecuencia del estudio del crecimiento de las poblaciones de conejos) la cual tiene numerosas aplicaciones en [ciencias de la computación](http://es.wikipedia.org/wiki/Ciencias_de_la_computaci%C3%B3n), [matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas) y [teoría de juegos](http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_juegos).

Fibonacci viajó a través de los países del [Mediterráneo](http://es.wikipedia.org/wiki/Mediterr%C3%A1neo) para estudiar con los matemáticos [árabes](http://es.wikipedia.org/wiki/Pueblo_%C3%A1rabe) más destacados de ese tiempo, regresando cerca de 1200. En [1202](http://es.wikipedia.org/wiki/1202), a los 32 años de edad, publicó lo que había aprendido en el *LiberAbaci* (libro del [ábaco](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco) o libro de los cálculos). Este libro mostró la importancia del nuevo sistema de numeración aplicándolo a la [contabilidad](http://es.wikipedia.org/wiki/Contabilidad) comercial, conversión de [pesos](http://es.wikipedia.org/wiki/Peso) y [medidas](http://es.wikipedia.org/wiki/Medida), [cálculo](http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A1lculo), [intereses](http://es.wikipedia.org/wiki/Inter%C3%A9s), cambio de [moneda](http://es.wikipedia.org/wiki/Moneda), y otras numerosas aplicaciones. Antes de que Fibonacci escribiera su trabajo, la sucesión de los números de Fibonacci había sido descubierta por matemáticos [indios](http://es.wikipedia.org/wiki/India) tales como [Gopala](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Gopala&action=edit&redlink=1) (antes de [1135](http://es.wikipedia.org/wiki/1135)) y [Hemachandra](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Hemachandra&action=edit&redlink=1) ([1150](http://es.wikipedia.org/wiki/1150)), quienes habían investigado los patrones rítmicos que se formaban con sílabas o notas de uno o dos pulsos. El número de tales ritmos (teniendo juntos una cantidad *n* de pulsos), que produce explícitamente los números 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, etc.

En [matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica), la **sucesión de Fibonacci** es la siguiente [sucesión](http://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_matem%C3%A1tica) infinita de [números naturales](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_natural):



El primer elemento es 0, el segundo es 1 y cada elemento restante es la suma de los dos anteriores:

[]

**La sucesión fue descrita por** [**Fibonacci**](http://es.wikipedia.org/wiki/Leonardo_de_Pisa) como la solución a un problema de la cría de conejos: “*Cierto hombre tenía una pareja de conejos juntos en un lugar cerrado y uno desea saber cuántos son creados a partir de este par en un año cuando es su naturaleza parir otro par en un simple mes, y en el segundo mes”*.[[](http://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_de_Fibonacci#cite_note-Liberabaci-1)

**Conceptos**

**Sucesiones:**

Una sucesión es un conjunto de cosas (normalmente números) una detrás de otra, en un cierto orden.

**¿Finita o infinita?**

Si la sucesión sigue para siempre, es una **sucesión infinita**,  
si no, es una **sucesión finita**

### Ejemplos:

{1, 2, 3, 4 ,…} es una sucesión muy simple (y es una **sucesión infinita**)

{20, 25, 30, 35, …} también es una sucesión infinita

{1, 3, 5, 7…} es la sucesión de los 4 primeros números impares (y es una **sucesión infinita**)

{4, 3, 2, 1} va de 4 a 1 **hacia atrás**es una sucesión finita.

{1, 2, 4, 8, 16, 32, …} es una sucesión infinita donde vamos doblando cada término

{a, b, c, d, e} es la sucesión de las 5 primeras letras **en orden alfabético y es sucesión finita**

{a, l, f, r, e, d, o} es la sucesión de las letras en el nombre “alfredo” y es sucesión finita.

* **En orden**

Cuando se dice que los términos están “en orden”, se debe determinar **qué orden**, podría ser adelante, atrás… o alternando.

* **La regla**

Una sucesión sigue una **regla** que determina, cómo calcular el valor de cada término.

Ejemplo: la sucesión {3, 5, 7, 9, …} empieza por 3 y salta 2 unidades:

**Tipos de sucesiones:**

**Sucesiones aritméticas o Progresiones Aritméticas:**

*Definición*: Se le llama sucesión a un conjunto de números dados de tal manera, que se puedan ordenar. Los elementos de una sucesión se llaman términos y se suelen designar mediante una letra y un subíndice. El subíndice del elemento, indica el lugar que ocupa en una sucesión. El ejemplo anterior, {3,5,7,9,…}, es una sucesión aritmética (o progresión aritmética), porque la diferenciaentre un término y el siguiente es una constante**.**

**Ejemplo 1**: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22,25…

Esta sucesión tiene una diferencia de 3 entre cada dos términos. La regla es xn = 3n-2

**Ejemplo 2**: 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33,38,…

Esta sucesión tiene una diferencia de 5 entre cada dos términos. La regla es xn = 5n-2

**Término general de una sucesión** Se le llama término general de una sucesión, “a”, y se simboliza con an, la expresión que representa cualquier término de ésta. El término general n de una progresión aritmética cuyo primer término es a1 y cuya diferencia es d se obtiene razonando así: Para pasar de a1 a an damos n-1 pasos de amplitud d. Por lo tanto: *an* = *a*1 + (*n*– 1) *d*

**Suma de los términos de una progresión aritmética** La suma S*n* = *a*1 + *a*2 + *a*3… + *an*– 1 de los n primeros términos de una progresión aritmética es: *Sn* = ((*a*1 + *an*) \* *n*) / 2

**Sucesiones geométricas**:

*Definición* Una progresión geométrica es una sucesión en la que se pasa de cada término al siguiente multiplicando por un número fijo, r, llamado razón.

**Ejemplo 1**: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,256,…

Esta sucesión tiene un factor 2 entre cada dos términos.  
La regla es xn = 2n

**Ejemplo 2**: 3, 9, 27, 81, 243, 729,2187,…

Esta sucesión tiene un factor 3 entre cada dos términos.  
La regla es xn = 3n

**Ejemplo 3**: 4, 2, 1,0.5, 0.25,…

Esta sucesión tiene un factor 0.5 (un medio) entre cada dos términos.  
La regla es xn = 4 × 2-n

**Obtención del término general.**  El término general n de una progresión geométrica cuyo primer término es a1 y cuya razón es r se obtiene razonando de esta manera: Para pasar de 1 a n tenemos que dar n-1 pasos. Cada paso consiste en multiplicar por r. Por lo tanto: *an*= *a*1 \* *rn*– 1

**Suma de los términos de una progresión geométrica** La suma *Sn* = *a*1 + *a*2 + *a*3… + *an* de los n primeros términos de una progresión geométrica de razón r es:

*sn* = (*an* ∙ *r*–*a*) / *r*– 1 = (*a*1 ∙ *rn*–*a*) / *r*– 1, *pues an* = *a*1 ∙ *rn*– 1

**Suma de los términos de una progresión geométrica con *r<1*** La suma de “todos” los términos de una progresión geométrica en la que su razón verifica *0<r<1* se expresa como sinfinito y se obtiene así: *Sinfinito* = *a*1 / 1 –*r* .

**Carácter de una sucesión:**

1. Una sucesión es convergente si tiene límite finito.

2. Una sucesión es divergente si tiende al infinito.

**Importante:**

**Series: “**Sucesiones” y “series” pueden parecer la misma cosa… pero en realidad una serie es la suma de una sucesión. Sucesión: {1, 2, 3,4}, Serie: 1+2+3+4 = 10.

**Actividad 1**

Escriba el número que sigue en la siguiente sucesión numérica:

1. 1, 4, 9, 16,25,… R. 36
2. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,23,… R. 25
3. 1, 3, 5, 7, 9,11,… R. 13
4. 4, 8, 6, 12, 10,20,… R. 18
5. a,b,d,g,k,… R. O
6. 2.1, 2.01, 2.001, 2.0001,… R. 2.00001
7. 1, 1, 2, 3, 5, 8,13,… R. 21
8. 100, 90, 81, 73, 66,60,… R. 55
9. -2, 4,-8, 16,-32,… R. 64
10. 4, 1, 16, 2, 36,3,… R. 64
11. 6,13,24,\_\_\_,58 R. 39
12. 5, 6, 8, 11, 15,20,… R. 26
13. 1, 2, 9, 4, 25,6,… R. 49
14. 1, 4, 3, 16, 5,36,… R. 7
15. 1, 3, 2, 5, 3, 7,4,… R. 9
16. 10, 1, 9, 2, 8, 3,7,… R. 4

*“Cuando te comprometes profundamente con lo que estás haciendo, cuando tus acciones son gratas para ti y al mismo tiempo útiles para otros, cuando no te cansas de buscar la dulce satisfacción de tu vida y de tu trabajo, estás haciendo aquello para lo que naciste” Gary Zukav*

**PROGRAMACIÓN DE TAREAS: UNIDAD 1**

**MATEMÁTICA PREPARATORIA PARA INGENIERÍA**

**TAREA No. 1:** ***GLOSARIO***

FECHA DE ENTREGA:

DESCRIPCIÓN: Encuentre el significado o concepto de las siguientes palabras:

Antecede, adición, algoritmo, álgebra, actitud, aplicación, ascendente, argumento, absoluto, agilidad, ángulo, aritmética, área, abscisa, agudo, acutángulo, binomio, cilindro, consecutivo, coordenadas, complementario, constancia, cognoscitivo, circunferencia, círculo, cono, cuadrilátero, concepto, coloquial, circular, consciente, cuadrilongo, cubo, cálculo, calidad, cantidad, dígito, destreza, dedicación, disciplina, dirección, descender, docto, divisibilidad, decimal, diferencia, denominador, divisor, discernimiento, discriminante, ecuación, indeterminada, eficaz, experiencia, equidistante, exponente, éxito, escalar, exactitud, estrategia, ecología, ecologismo, escaque, ética, efectivo, equivalente, equilibrio, esfera, equiángulo, equilátero, fórmula, fracción, factor izar, globalización, geometría, glosario, hiato, inversamente, ingenio, intuición, ipso jure, ipso facto, impar, jerarquía, lógica, logística, lingüística, media aritmética, media geométrica, media ponderada, media proporcional, moda, mediana, matemática, magnitud, múltiplo, mediatriz, mitigar, media cuadrática, minuendo, numerador, orden, operación, ordenada, obtuso, polígono, paradigma, propedéutico, propiedad, porcentaje, paralelo, paralelogramo, paralelepípedo, poliedro, potencia, producción, prisma, polinomio, prioridad, postulado, premisa, razón, regla, residuo, racionalizar, raciocinar, rombo, radical, radio, secuencia, serie, sucesión, sofisma, suplementario, trapecio.

**TAREA No. 2** ***RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS***

FECHA DE ENTREGA:

DESCRIPCIÓN: Opere los ejercicios y resuelva los problemas de las siguientes guías de estudio:

Guía de estudio No. 1.1: Página No. 24, Actividad 1.

Guía de estudio No. 1.2: Página No. 26, Actividad 1.

Guía de estudio No. 1.3: Página No. 31, Actividad 1, impares.

Guía de estudio No. 1.4: Página No. 34, Actividad 1.

Guía de estudio No. 1.5: Página No. 36, Actividad 3.

Guía de estudio No. 1.6: Página No. 39, Actividad 2.

Guía de estudio No. 1.7: Página No. 43, Actividad 3.

Guía de estudio No. 1.8: Página No. 46, Actividad 1.

Guía de estudio No. 1.9: Página No. 49, Actividad 1, Actividad 2, impares.

Guía de estudio No. 1.10: Página No. 52, Actividad 1, impares.

**IDENTIFICACIÓN DE CADA TAREA:**

CURSO: MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA

SECCIÓN: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ HORARIO:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_CATEDRÁTICO\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

TAREA No.:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_TEMA:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_FECHA:\_\_\_\_\_\_\_\_FECHA DE ENTREGA\_\_\_\_\_\_\_

N.O.V.:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_APELLIDOS Y NOMBRES:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

GRUPO DE ESTUDIO No.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**UNIDAD 2**

*“Si amas la vida, aprovecha tu tiempo, porque de tiempo se compone la vida” B. Franklin.*

**NÚMEROS RACIONALES O FRACCIONARIOS**

**PROPIEDADES, OPERACIONES Y APLICACIONES**

**Objetivo de la unidad:** Que el estudiante comprenda las propiedades, operaciones y aplicaciones de los números racionales a través de conceptos, procedimientos y ejercicios de aplicación.

**Guía de estudio No. 2.1**

**Tema:**

**MAXIMO COMÚN DENOMINADOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO**

En el siglo IV (a.C.), Euclides un genial griego, logró reunir los principales conocimientos matemáticos de su época. Todo lo relacionado con la Aritmética, lo expuso en los libros VII, VIII, IX, X de sus “Elementos”. Entre los curiosos datos aritméticos que se encuentran en esa portentosa obra, aparece los métodos de resolución del Máximo Común Divisor y del Mínimo Común Múltiplo.

**Máximo Común Divisor o (Máximo Común Denominador):** De dos o más números naturales es el mayor número que los divide a todos exactamente. Se designa por las iniciales: **M.C.D**.

* Cuando los números son pequeños puede hallarse muy fácilmente el M.C.D. o el m.c.m. por simple inspección.

**Ejemplo 1**: Hallar por simple inspección el M.C.D. de 15 y 30:

¿Hay algún número mayor que 15 que divida a 15 y a 30? No. Entonces 15 es el M.C.D. de 15 y 30. R. 15

* Cuando los números no son pequeños puede hallarse el M.C.D. o el m.c.m. por descomposición de factores primos.

**Ejemplo 2:** Hallar el M.C.D. de 420 y 108:

420 – 108 2

210 54 2



105 27 3



35 9 12 R. 12



Se dejan de simplificar los números, cuando ya no tienen divisores en común.

**Actividad 1**

1. Hallar el M.C.D. de los siguientes grupos de números:
2. 20 y 80 R. 20
3. 8 y 12 R. 4
4. 24 y 32 R. 8
5. 20 y 16 R. 4

5) 16, 24 y 40 R. 8

6) 30, 42 y 54 R. 6

7) 32, 48, 64 y 80 R. 16

8) 137 y 2603 R. 137

9) 76 y 1710 R. 38

10) 111 y 518 R. 37

11) 303 y 1313 R. 101

12) 212 y 1431 R. 53

**Actividad 2**

Resuelva los siguientes problemas aplicando el M.C.D.:

1. Un padre da a su hijo 80 ₡, a otro 75 ₡ y a otro 60 ₡, para repartir entre los pobres, de modo que todos den a cada pobre la misma cantidad. ¿Cuál es la mayor cantidad que podrán dar a cada pobre y cuántos los pobres socorridos? R. 5 ₡ y 43 pobres
2. Dos cintas de 36 metros y 48 metros de longitud se quieren dividir en partes iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál será la longitud de cada parte? R. 12 metros
3. Se tienen tres cajas que contienen 1600 libras, 2000 libras y 3392 libras de jabón respectivamente. El jabón de cada caja está dividido en bloques del mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada bloque y cuántos bloques hay en cada caja?

R. 16 lb; en la 1ª. hay100 lb; en la 2ª. hay 125 y en la 3ª. 212.

1. Un hombre tiene tres paquetes de billetes de banco. En uno tiene Q4,500, en otro Q5,240 y en el tercero Q6,500. Si todos los billetes son iguales y de la mayor denominación posible, ¿cuánto vale cada billete y cuántos billetes hay en cada paquete?

R. 20; en el 1º. 225, en el 2º. 262 y el 3º. 325.

5) Se quieren empacar 161 kilos, 253 kilos y 207 kilos de plomo, en tres cajas, de modo que los bloques de plomo de cada caja, tengan el mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada bloque de plomo y cuántos caben en cada caja?

R. 23 kilos; en la 1ª. 7, en la 2ª. 11, en la 3ª. 9.

**6)** Una persona camina un número exacto de pasos andando 650 cm, 800 cm y 100 cm. ¿Cuál es la mayor longitud posible en cada paso? R. 50 cm

**7)** ¿Cuál es la mayor longitud de una regla con la que se puede medir exactamente el largo y ancho de una sala que tiene 850 cm de largo y 595 cm de ancho? R. 85 cm

**8)**  Compré cierto número de trajes por Q2,050. Vendí una parte por Q15,000, cobrando por cada traje lo mismo que me había costado. Hallar el mayor valor posible de cada traje y en ese supuesto, ¿cuántos trajes me quedan? R. Q50 me quedan 11.

**9)** Se tienen tres extensiones de 3675, 1575 y 2275 metros cuadrados de superficie respectivamente y se quieren dividir en parcelas iguales. ¿Cuál ha de ser la superficie de cada parcela para que el número de parcelas de cada una sea el menor posible? R. 175 m2

**10)** Si quiero dividir cuatro varillas de 38, 46, 57 y 66 cm, de longitud, en partes de 9 cm de longitud, ¿cuántos cm habría que desperdiciar en cada varilla y cuántas partes obtendríamos en cada una?

R. varilla de 38; 4 partes y se desperdicia 4cm, varilla de 46; 5 partes y se desperdicia 1cm, varilla de 57; 6 partes y se desperdicia 3 cm, varilla de 66; 7 partes y se desperdicia 3cm.

**Mínimo Común Múltiplo**: De dos o más números es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos. Se designa por las iniciales **m.c.m.**

**Ejemplo 1:** Hallar el m.c.m. por simple inspección de 5 y 15:

Como el mayor es 15 y contiene a 5 exactamente, el m.c.m. es 15 R. 15

**Ejemplo 2:** Hallar el m.c.m. de 14 y 21 por descomposición de factores:

14 - 21 7

2 - 3 2

1 - 3 3



1 - 1 42

Cuando ya se ha terminado de simplificar los números dados, se multiplican los factores primos para encontrar el m.c.m.

**Actividad 3**

Hallar el m.c.m. de los siguientes grupos de números:

1. 9 y 18 R. 18
2. 30, 15 y 60 R. 60

3) 12 y 15 R. 60

4) 3, 5 y 6 R. 30

5) 16 y 24 R. 48

6) 21 y 28 R. 84

7) 101 y 102 R. 10302

8) 12 y 44 R. 132

9) 96 y 108 R. 864

10) 104 y 200 R. 2600

11) 3, 5, 15, 21 y 42 R. 210

12) 16, 84 y 114 R. 6384

**Actividad 4**

Resuelva los siguientes problemas utilizando el m.c.m.

1. Hallar la menor distancia que se puede medir exactamente con una regla de 2, de 5 o de 8 pies de largo. R. 40 p
2. ¿Cuál es la menor cantidad de dinero que necesito para comprar un número exacto de trajes de a Q30, Q45 o Q50 cada uno, si quiero que en cada caso me sobren Q25? R. Q475
3. ¿Cuál es la menor capacidad de un estanque que se puede llenar en un número exacto de minutos por cualquiera de tres llaves que vierten: la 1ª. 2 litros por minuto, la 2ª. 18 litros por minuto y la 3ª. 20 litros por minuto? R. 180 litros
4. ¿Cuál será la menor longitud de una varilla que se puede dividir en partes de 8 cm, 9 cm, o 15 cm de longitud, sin que sobre ni falte nada y cuántas partes de cada longitud se podrán sacar de esa varilla? R. 360 cm; 45 de 8, 40 de 9 y 24 de 15.
5. Hallar el menor número de bombones necesario para repartir entre tres clases de 20 alumnos, 25 alumnos o 30 alumnos, de modo que cada alumno reciba un número exacto de bombones y cuántos bombones recibirá cada alumno de la 1ª., de la 2ª. o de la 3ª. clase.

R. 300 bombones; de la 1ª. 15, de la 2ª. 12, de la 3ª. 10.

6) Tres galgos arrancan juntos en una carrera en que la pista es circular. Si el primero tarda 10 segundos en dar una vuelta a la pista, el segundo 11 segundos y el tercero 12 segundos, ¿al cabo de cuántos segundos pasarán juntos por la línea de salida y cuántas vueltas habrá dado cada uno en ese tiempo? R. 660 seg. 11 min; el 1º. 66, el 2º. 60, el 3º. 55.

**Guía de estudio No. 2.2**

*“Cuando se nos otorga la enseñanza, se debe percibir como un valioso regalo y no como una pura tarea. Aquí está la diferencia de lo trascendente”. A. Einstein.*

**Tema:**

**FRACCIONES EQUIVALENTES. AMPLIACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES**

La medición de las cantidades continuas y las divisiones inexactas han hecho que se amplíe el campo de los números con la introducción de los números fraccionarios.

Otra necesidad del empleo de los números fraccionarios la tenemos en las divisiones inexactas. La división exacta no siempre es posible, porque muchas veces no existe ningún número que multiplicado por el divisor dé el dividendo. Así la división 3 entre 5, no es exacta porque no hay ningún número entero que multiplicado por 5 dé 3.

Una fracción consta de dos términos, llamador **numerador y denominador**. El denominador indica cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal, y el numerador, cuántas de esas partes se toman:

 = = 



Identificación: El conjunto de las fracciones o números racionales se identifica con la letra **Q**, y contiene a todos los números que pueden ser expresados como fracción, cociente o razón de dos números enteros de la forma a/b, siempre que b sea diferente de cero. El conjunto se define como:

Q = {*a/b* tal que “*a*” es un entero y “*b*” es un entero ≠ 0}

Las fracciones pueden ser mayores o menores que la unidad. (El caso cuando el numerador y el denominador son iguales entre sí, se explicará más adelante).

**Clases de fracciones**

**Fracciones propias:** Son aquellas cuando el numerador es menor que el denominador y por consiguiente, estas fracciones son menores que 1. Por ejemplo: 3/5, que indica que una parte entera (o la unidad), se ha dividido en 5 porciones de igual tamaño, de las cuales se han tomado o señalizado 3 porciones, que en notación decimal es 0.6 y equivalente al 60%.

**Fracciones impropias:** Son aquellas cuando el numerador es mayor que el denominador y por consiguiente, estas fracciones son mayores que 1. Pueden escribirse de la forma de un número mixto, es decir: un número entero y una fracción, así como en notación decimal. Ejemplos:

=  +  += 2 +  = 2  = **2.666…**

 = +  = 1 +  = 1= **1.25**

**Número mixto: Es** el que consta de un entero y un quebrado. Ejemplo: 2 y 1

**Números racionales notables:** Número entero:Todo número entero, “*n*”, puede ser escrito de la forma .

Ejemplo: -, , , , 0/1, 1/1, 2/1,…

**El número cero: Toda** fracción de la forma 0/n, tiene un valor de cero, siempre que “*n*” sea entero y diferente de cero. Ejemplos: …0/-2, 0/-1, 0/1, 0/2,…

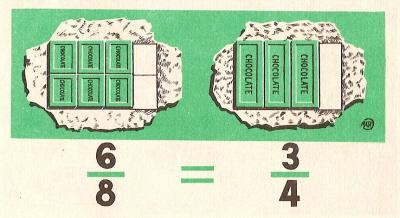
**Fracciones igual a la unidad:** Las fracciones donde el numerador y el denominador, son el mismo número entero, constituyen el número racional uno, es decir n /n = 1, siempre que “*n*” sea diferente de cero. Ejemplos: …-3/-3, -2/-2, -1/-1, 1/1, 2/2, 3/3,…

**Nota:** El campo de los números racionales también considera a los números naturales y enteros, puesto que estos pueden ser escritos mediante una forma racional o fraccionaria.

Ejemplos: 4/(-2) = -2; 9/(-3) = -3; 5 = ; 5 = 

**FRACCIONES EQUIVALENTES. AMPLIACION Y SIMPLIFICACION DE FRACCIONES:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| **4/8** | **8/z16** | **2/4** |



Las fracciones anteriores  representan la misma región sombreada.  A ellas, se les llama **Fracciones Equivalentes**.

* Si los dos términos de una fracción los multiplicamos por 2, su valor no varía.

Ejemplo: 3/4 = = 6/8.



* De la misma forma podemos decir que al dividir los dos términos de una fracción por un número su valor no se altera.    Ejemplo: 6/8 = = 3/4.



**Ejemplo de comprobación**: 4/8 =  8/16 son fracciones equivalentes porque  4x16 = 8x8 64 = 64



* Cuando es necesario sumar (o restar) fracciones de diferente tamaño (y forma), es decir, de diferente denominador, por ejemplo 1/2+1/4, no es factible efectuarlo en forma directa, con base en la “propiedad de cerradura de suma”, que establece que para sumar dos o más cantidades, puede hacerse siempre que sean de la misma naturaleza.

Obsérvese para el ejemplo anterior, su representación gráfica y la necesidad de utilizar fracciones equivalentes.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | + |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 1/2 |  |  | ¼ |  |

Al no poderse sumar directamente, por ser de diferente tamaño, sustituimos la fracción izquierda por otra del mismo valor o equivalente, pero con porciones del mismo tamaño (o naturaleza) que la segunda fracción. Para ello aplicamos la **propiedad** que indica que la unidad es el elemento neutro de la multiplicación, así (para la primera fracción):

1/2 (1) = 1/2 (2/2); utilizamos esta fracción <>1, para igualar denominador con la fracción derecha:

1/2 (2/2) = 2/4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1/2 + 1/4

2/4 + 1/4 = 3/4

**Ejemplo ilustrativo 1:**

Se necesita sumar 1/12, 3/50 y 2/45, utilizando el m.c.m. (mínimo común de los denominadores)

12 2 50 2 45 3 m.c.m. = 22  32  52 = 900



6 2 25 5 15 3 Para convertir cada fracción en fracción

3 3 5 5 5 5 equivalente de tal forma que las tres

1 1 1 fracciones tengan el mismo denominador,

éste será el m.c.m. de los denominadores

22 x 3 2 x 52 32 x 5 (que se llama m.c.d.). Se divide el m.c.d. entre

el denominador y se multiplica por cada

numerador y se le pone de denominador el

m.c.d. (mínimo común múltiplo de los

denominadoresó mínimo común denominador)

Las tres fracciones quedan así: 75/900 + 54/900 + 40/900; al operar resulta: **169/900.**

Nota: Las 3 fracciones fueron ampliadas por otras equivalentes (sin alterar su valor) del mismo denominador o tamaño, para poderse operar, con el resultado indicado).

**Ejercicio de aplicación 2:**

Efectuar las sumas y restas de las fracciones que se indican a continuación, utilizando el método del m.c.m. de los denominadores (m.c.d.):

1/30 + 3/70 – 3/50 – 1/230 = R. 286/24150 Procedimiento mcd = 30, 70, 50,230 = 24150

**Operar Números Mixtos**:Los dos métodos más comunes son:

1. Convertir las fracciones mixtas en impropias y operar conforme lo indicado para fracciones equivalentes.
2. Sumar los enteros de las fracciones y por separado sumar las fracciones de cada sumando y operar:

Procedimiento suma de enteros

**Ejercicio:** Sumar **=** R.  7 + 8 + 5 = 10

Suma fracción 23/30

**Ampliación de fracciones**:

Una fracción amplificada se obtiene de multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, distinto de cero, (de acuerdo con la propiedad de la multiplicación que indica que “uno” es el elemento neutro).

**Ejemplo:** Ampliar 3/7 y obtener otra fracción que posea 28 en el denominador, equivalente a la primera fracción.

Solución: 28÷7 = 4; la fracción dada de 3/7, la multiplicamos por la fracción 4/4 y obtenemos: 3/7 (4/4) = 12/28 que es otra fracción equivalente ampliada.



**Amplificación por 2, 3, 4,...**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Simplificación de fracciones:**

Es convertirla en otra fracción equivalente cuyos componentes o elementos sean menores.

**Regla:** Para simplificar una fracción se dividen sus dos términos sucesivamente por los factores comunes que tengan.

Para esto es necesario el desarrollo del siguiente proceso:

1. Aplicar operaciones aritméticas (y/o algebraicas) y sus propiedades.
2. Lograr que la expresión quede reducida y las literales o incógnitas con su menor exponente.
3. Efectuar las operaciones necesarias para que los exponentes de las incógnitas o literales no sean negativos.
4. No dejar radicales en los denominadores.
5. Suprimir signos de agrupación (paréntesis, corchetes y llaves), efectuar las operaciones que se indiquen, respetando la jerarquía de operaciones, así como la ley de signos.

Simplificación por 2,3, 7,...

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Fracción irreductible:**  
En general, una fracción a/b se llama irreductible cuando sus términos no tienen ningún divisor común excepto el 1. Ejemplo: 2/3, 5/7.

**Actividad 1**

Encuentre 5 fracciones equivalentes a:

1)  2)  3)  = 4)  5) =

**Actividad 2**

Simplificar las fracciones:

1)  = 2) = 3) = 4) = 5) =

**Actividad 3**

Amplifique las siguientes fracciones

1. 3/7 2) 4/9 4) 5/23 5) 14/33 6) 15/23R//. Se puede ampliar por

7) 98/5 8) 4/125 9) 55/78 10) 106/117 11) 23/555 cualquier número menos 0 y 1

**Actividad 4:**

Responda las siguientes preguntas:

|  |  |
| --- | --- |
| 1/3 es equivalente a… | 1/6, 2/6, 3/6 |
| 2/5 es equivalente a... | 4/10, 2/10, 7/10 |
| 4/7 es equivalente a... | 8/7, 4/14, 8/14 |
| 2/4 es equivalente a... | 2/8, ½, 1/6 |

|  |  |
| --- | --- |
| ¿Cuál es la fracción amplificada de 3/4? | 6/8, 3/8, 6/4 |
| ¿De 1/7? | 1/21, 7/21, 3/21 |
| ¿De 2/5? | 4/5, 4/10, 2/10 |
| ¿De 5/8? | 10/16, 5/16, 10/8 |

|  |  |
| --- | --- |
| ¿Cuál es la fracción simplificada de 4/8? | 2/8, 2/4 = ½, 8/4 |
| ¿De 6/9? | 3/9, 2/9, 2/3 |
| ¿De 10/18? | 5/9, 5/6, 2/9 |
| ¿De 6/15? | 3/8, 2/5, 3/5 |

***Respuestas Actividad 4:*** *1) 2/6, 4/10, 8/14, ½ 2) 6/8, 3/21, 4/10, 10/16*

1. *1/2, 2/3, 5/9, 2/5*

*“El arte de vencer, se aprende en las derrotas” S. Bolívar*

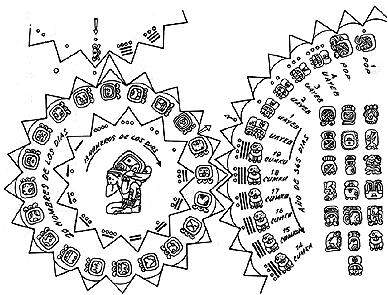
**Guía de estudio No. 2.3**

*“Necesitas decidirte entre las cosas a las que te has acostumbrado y las que te gustaría tener”. El Alquimista, Paulo Coelho.*

**Tema: COMPARACIÓN DE FRACCIONES**

**Introducción**

Los números racionales o fracciones, tuvieron un desarrollo histórico mucho más lento que los números naturales, probablemente por la facilidad de redondear las cantidades. Pero en los cálculos astronómicos fueron muy útiles. Dentro de los pueblos que los utilizaron muy frecuentemente, fueron los mayas. Por ejemplo para referirse al mes lunar indicaban: “149 meses lunares equivalen a 4400 días”, al hacer la división resulta 29.530201. Actualmente el mes lunar tiene una duración de 29.53059. Aún en los días actuales, si va a un mercado en la República de Guatemala, encontrará artículos a la venta a 3 por 5, o a 4 por 25 o a 3 por un quetzal; todo esto da una idea clara del uso de las razones y fracciones por los pueblos Mayas. En las lenguas Mayas-Quichés, existen términos para la fracción 1/2, y para 1/4 que se dice la mitad de ½.



**Comparar fracciones:**

Para valorar cuál es mayor y su proporción, debemos hallar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

* **Fracciones con el mismo denominador:** Para comparar fracciones que tienen el mismo denominador, sólo hay que comparar los numeradores para comprobar cuál es mayor:

Resulta mayor, la fracción que tiene mayor numerador.

**Ejemplo:** Comparar las fracciones  y  : R. La primera fracción es mayor, ya que 9 > 3.

* **Fracciones con distinto denominador:** Para comparar fracciones con diferente denominador:

1. Cuando tienen el mismo numerador, la fracción mayor, es la que tiene el denominador menor
2. Se buscan fracciones equivalentes hallando el [mínimo común denominador](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%ADnimo_com%C3%BAn_denominador)
3. También se pueden convertir en decimales, dividiendo el numerador entre el denominador, cada fracción, y luego comparar los valores resultantes.
4. También se comparan los productos cruzados de numerador de la fracción por el denominador de la segunda y el producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. El producto mayor indica la mayor fracción.

**Ejemplo:**  Comparemos las fracciones  y  :

En este caso, cuando tienen el mismo numerador, la fracción mayor, es la que tiene el denominador menor. Así pues: >

* **Fracciones con distinto numerador y denominador:**

1. Se buscan fracciones equivalentes hallando el m.c.m.

**Ejemplo:** Comparar las fracciones con diferente numerador y diferente denominador:  y  Hallamos el [mínimo común denominador](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%ADnimo_com%C3%BAn_denominador) = **35**, resultando:  y 

Como 25 < 28, la fracción menor es , por tanto:<

**Ejercicio**: Compare las fracciones 7/12 y 8/14

El mínimo común denominador: 84  R. El mayor es 49/84 = 7/12

# Otros ejercicios de comparar fracciones:

1. Escriba el signo >, <ó = (según el Principio de Tricotomía consiste en comparar 2 números) donde corresponda:

a)b) , c) , d)



Respuestas: a) mayor b)menor c) menor d) menor

1. **Compare**las siguientes**fracciones**, con base en el Principio de Tricotomía:



Respuestas:



1. **Ordene** de menor a mayor las siguientes **fraccionesconvirtiendo las fracciones a equivalentes, con el mismo denominador:**



Solución:



Respuesta:



**4**. Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572km. El automóvil A lleva recorrido los 5/11 del trayecto cuando el B ha recorrido los 6/13 del mismo. a) ¿Cuál de los dos va primero? b) ¿Cuántos kilómetros llevan recorridos cada uno?

Solución: Hallamos el [mínimo común denominador](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%ADnimo_com%C3%BAn_denominador) = 143



* 1. Respuesta: Ya que 6/13, es mayor y corresponde al segundo automóvil, éste va primero.

A x 572 572 x 5 = 2860: 11 = 260 km (primer auto)



B x 572 572 x 6 = 3432 :13 = 264 km (segundo auto)



b) Respuesta: El primer auto ha recorrido 260 km y el segundo 264 km**.**

**Actividad 1**

Resuelva los siguientes problemas y subraye la respuesta correcta:

1) Si simplificamos una fracción, obtenemos 1/3. Si la suma de los términos es 28, calcular la diferencia. a) 25 b) 28 c) 30 d) 35 e) 14

2) Al transformar una fracción en irreducible queda convertida en 2/5. Si la diferencia de sus términos es 12, encontrar la suma de ellos. a) 25 b) 28 c) 30 d) 35 e) 40

3) Una fracción es equivalente a 3/5. Encontrar el denominador si se sabe que el MCD de los términos es 15. a) 25 b) 30 c) 35 d) 55 e) 75

4) ¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor? a) 5/7 b) 3/7 c) 10/7 d) 11/7 e) 1/7

5) Señalar la fracción mayor que 2/5. a) ¼ b) 4/7 c) 1/7 d) 3/11 e) 7/19

6) ¿Cuál de las siguientes fracciones es menor que 3/7? a) 5/8 b) 6/11 c) 2/3 d) 2/15 e) 3/5

7) Calcular el número cuyos dos tercios es 34. a) 26 b) 51 c) 56 d) 62 e) 63

8) Una computadora pesa 8 Kg más un tercio de su peso total. ¿Cuánto pesa la computadora?

a) 6Kg b) 8Kg c) 10Kg d) 12Kg e) 14Kg

9) ¿Cual es el número cuyo 5/7 es 85? a) 117 b) 119 c) 129 d) 139 e) 149

10) ¿De qué numero es 78 sus ¾? a) 93 b) 99 c) 102 d) 104 e) 106

**Actividad 2**

Comparar las siguientes fracciones y escribir para cada caso, el símbolo respectivo de acuerdo con el “Principio de Tricotomía”:

1. 3/14 y 5/36
2. 1/1000 y 2/707

3. 9/14 y 5/7

4. 75/187 y 378/945

5. 30/45 y 49/75

6. 31/105 y 71/231

7. 11/25 y 7/20

8. 3/20 y 5/42

9. 4/5 y 23/30

10. 56/245 y 40/175

**Respuestas:**

Actividad 1**:** *1-c, 2-b, 3-e, 4-d, 5-b, 6-d, 7-b, 8-d, 9-b, 10-d.*

Actividad 2: 1:, 2: , 3: , 4:> ; 5: , 6: , 7: , 8:9: , 10: = .



*“El éxito, no es un destino, es un viaje” Anónimo*

**Guía de estudio No. 2.4**

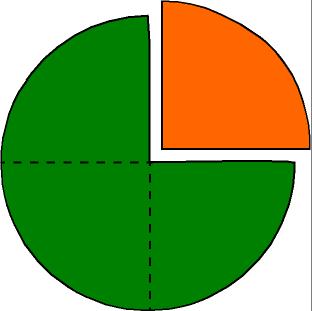
*"Compromiso: Es hacer lo que debo hacer tenga ganas o no de hacerlo”*

**Tema: OPERACIONES ELEMENTALES CON NÚMEROS RACIONALES**

**Y SUS PROPIEDADES**

**Suma y resta de fracciones:**

**1. Cuando tienen el mismo denominador:** Se suman o se restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Después si podemos, se simplifica.



**Tres cuartos** más **un cuarto**



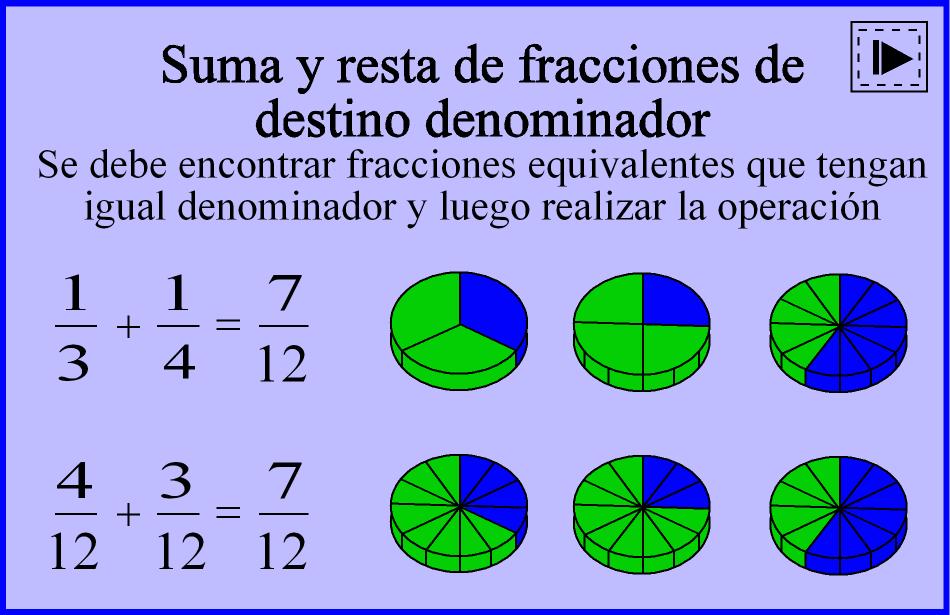
**2. Cuando tienen distinto denominador:** Hay que reducir a común denominador:

a) Se calcula el m.c.m. de los denominadores. Descomponemos en factores primos los denominadores y cogemos los factores comunes y los no comunes, con su mayor exponente.

b) Dividimos el m.c.m. obtenido, entre cada uno de los denominadores y el cociente lo multiplicamos por el numerador. Colocamos como denominadores el m.c.m.

c) Ya que tengamos todas las fracciones con el mismo denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

4.- Si podemos, simplificamos.



**Ejemplos ilustrativos:**

Suma y resta de fracciones:

a) Con el mismo denominador 1) 2)



1. Con distinto denominador 1)



**Multiplicación de fracciones:**

1.- Se multiplican entre sí los numeradores; este producto es el nuevo numerador.

2.- Se multiplican los denominadores, su producto es el nuevo denominador.

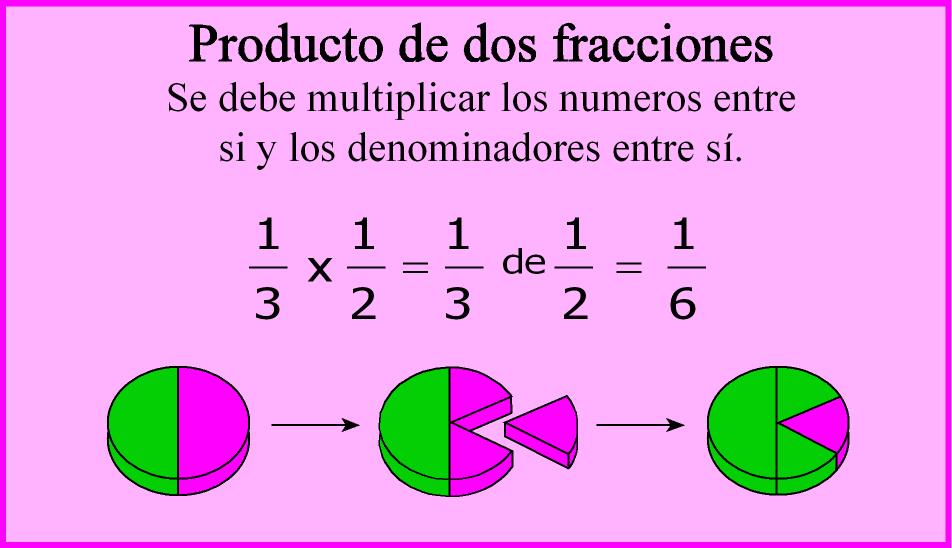
3.- Después se simplifica.

**Algunos Conceptos**

**Fracción de un número:** El número tiene como denominador uno.

**Fracción de una fracción:**Se multiplican las dos fracciones.

**Fracción inversa:** Se invierte la fracción, es decir que se le da la vuelta, el numerador pasa a ser el nuevo denominador y el denominador es el nuevo numerador. Una fracción por su inversa, da la unidad.



**División de fracciones:**

**1er procedimiento:**

1.- Multiplicamos el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, el producto es el nuevo numerador.

2.- Multiplicamos el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda, el producto es el nuevo denominador.

3.- Después si podemos, simplificamos.

**2do procedimiento**:

La división la convertimos en una multiplicación del numerador por el recíproco del denominador.

Ejemplo:  Simplificamos las fracciones sacando mitad y quinta,



Y se multiplica normalmente quedando de respuesta 5/4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ½ | | 1/2 | |
| ¼ | ¼ | ¼ | ¼ |

Se multiplica cruzado: ó



Se multiplica por su recíproco:



**Propiedades de los números racionales**

1) De varias fracciones que tengan igual denominador, es mayor la fracción que tenga mayor numerador.

2) De varios quebrados que tengan igual numerador, es mayor el que tenga menor denominador.

3) Si a los dos términos de una fracción se suma un mismo número, el quebrado que resulta es mayor que el primero.

4) Si a los dos términos de una fracción propia se resta un mismo numerador, la fracción resultante es menor que el primero.

5) Si a los dos términos de una fracción impropia se suma un mismo número, la fracción que resulta es menor que la primera.

6) Si a los dos términos de una fracción impropia se resta un mismo número, la fracción que resulta es mayor que la primera.

7) Si los dos términos de una fracción se multiplican o dividen por un mismo número, la fracción no varía.

*“La motivación es lo que te ayuda a empezar. El hábito te mantiene firme en tu camino” J. Ryun*

**Guía de estudio No. 2.5**

*“El éxito debe medirse no por la posición a que una persona ha llegado, sino por su esfuerzo por triunfar” B.T. Washington*

**Tema: JERARQUIA DE LAS OPERACIONES CON NUMEROS RACIONALES**

**Y FRACCIONES COMPLEJAS**

**Pasos a seguir:**

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves.

1. Ejecutar las potencias y raíces.
2. Efectuar los productos y cocientes.
3. Realizar las sumas y restas.

**Tipos de operaciones combinadas:**

1. Operaciones combinadas sin paréntesis

a) Combinación de sumas y restas.

Ejemplo: 1/4 - 1/5 + 1/6 – 1/8 = 11/120

1ª. Opción: Comenzando por la izquierda, se efectúan las operaciones según aparecen.

2ª. Opción: Se agrupan las fracciones y por separado las negativas. Luego se calcula la diferencia y se le pone el signo de la mayor.

b) Combinación de sumas, restas y productos**.**

3/5 · 2/3 – 5/2 + 4/3 · 3/4 – 8/3 + 5/2 · 2/7 = -641/210

Se operan primero los productos por tener mayor prioridad, luego las sumas y restas.

c) Combinación de sumas, restas, productos y divisiones.****

10/9: 2/5 + 5/8 · 3/5 + 4/5 – 16/3 : 4/5 = -977/360

Se operan los productos y cocientes en el orden en el que se encuentran porque las dos operaciones tienen la misma prioridad.

d) Combinación de sumas, restas, productos, divisiones y potencias.

(2/3)3 + 10/3 2/3 + 3/4 + (2/5)2 = 16757/2700



Se operan en primer lugar las potencias por tener mayor prioridad, luego cocientes y por último las sumas y las restas.

1. Operaciones combinadas con paréntesis y corchetes.



Se operan primero los paréntesis y potencias, luego multiplicaciones y divisiones y por último sumas y restas. R. -2153/760

**Actividad 1**

Opere aplicando jerarquía de operaciones:

1) (1/2 – 1/3) 6 = R. 1 2) = R. 1/10



3) (7/8 + 2/9) (36 x 1/79) = R. 1/2 4) 3/5 ÷ (2/3 + 5/6) = R. 2/5



5) (10 ÷ 5/6) ÷ 10 = R. 1**** 6) (6+3/5+1/10) ÷ 5= R. 67/55

7)  R. -41/60 8)  R. 9/5

9)  R. 35/12 10) (26/5) ÷ (2+3/8) = R. 1****



**Actividad 2**

Opere y simplifique las siguientes fracciones complejas:

1. (½ + 1/3) / (½ - 1/3 ) = R. 5 2)  **=** R. 2/3



**3)** **=** R. 68/117 4)  = R. 35/96



5)  **=** R.1 **6)** **=** R.111/10000



**7)** **=** R. 4/3  **8)**  **=** R. 4



**9)** (1/4)2 + ¼ + 1 / ((1/4 + 1)2 – (1/4)2) R.7/8 10) = R. 85/13

11) = R. 7/1152 12) = R. 225/272



**TAREA No. 4 UNIDAD 2**

**EJERCICIOS DE M.C.D Y m.c.m.**

IMPORTANTE: Algunos ejercicios vienen con soluciones, pero es importante que los hagas sin mirarlas y usarlas sólo para corregirlos y evaluar sus conocimientos.

- 1: Calcular M.C.D de 55 y 280

- 2: Calcular m.c.m de 105 y 350

- 3: Dados dos números naturales a y b, ¿es cierto que M.C.D(a,b) = M.C.D(b,a)?

- 4: Indicar si es cierta la siguiente expresión (M.C.D(6,12,10))·(m.c.m(6,12,10))=6·12·10

Respuestas:

1- 5 2- 1050 3- Si 4- No

**PROBLEMAS DE MCD y mcm:**

1) Un automóvil necesita que le cambien el aceite cada 9,000 Km, el filtro del aire cada 15,000 Km y las bujías cada 30,000 Km. ¿A qué número mínimo de kilómetros habrá que hacerle todos los cambios a la vez? R. 90,000 Km

2) Un comerciante desea poner en cajas 12,028 manzanas y 12,772 naranjas de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas o de naranjas y además el mayor número posible de ellas. Hallar el número de naranjas y de manzanas de cada caja. R.124 unidades de naranjas o de manzanas

3) La clase de 1º A tiene 32 alumnos y la de 1º B, 36 alumnos. Queremos distribuir los alumnos en equipos del mismo número de participantes de manera que no falte ni sobre nadie y no se mezclen los grupos ¿Cuántos alumnos podrán entrar en cada equipo como máximo?

R. Se formarán equipos de 4 personas. 8 equipos en la clase 1ºA y 9 en la clase 1º B.

4) Tres aviones de línea regular salen del aeropuerto cada 3 días, cada 12 días y cada 18 días. ¿Cada cuántos días saldrán los tres aviones a la vez? R. Cada 36 días

5) Queremos cubrir el suelo de una habitación rectangular de 82 dm de largo por 44 dm de anchura con baldosas cuadradas tan grandes como sea posible. Calcula el lado de cada baldosa y su superficie. R. Lado de 2 dm.y4 dm2 de superficie.

**6**) Las líneas de autobuses A y B inician su actividad a las siete de la mañana desde el mismo punto de partida. Si la línea A tiene un servicio cada 24 minutos y la línea B lo hace cada 36 minutos, ¿a qué hora, después de las siete, vuelven a coincidir las salidas?

R. Los autobuses coinciden cada 72 minutos. Volverán a coincidir a las 8 horas y 12 minutos de la mañana.

**7**) Deseamos partir dos cuerdas de 20 m y 30 m en trozos iguales lo más grandes que sea posible y sin desperdiciar ningún cabo. ¿Cuánto medirá cada trozo? R. Han de partirse en trozos de 10 metros cada una.

8) En la modalidad deportiva de ciclismo de persecución en pista, uno de los corredores da una vuelta al circuito cada 54 segundos y el otro cada 72 segundos. Parten juntos de la línea de salida. a) ¿Cuánto tiempo tardarán en volverse a encontrar por primera vez en la línea de salida? b) ¿Cuántas vueltas habrá dado cada ciclista en ese tiempo?

R. a) Volverán a encontrarse al cabo de 216 segundos, es decir, después de 3 minutos y 36 segundos. b) El primer ciclista habrá dado 216 ÷ 54 = 4 vueltas. El segundo, 216 ÷ 72 = 3 vueltas.

9) ¿Qué medida tendrá el lado de una baldosa cuadrada que se ha utilizado para pavimentar el suelo de un garaje de 123 dm de largo por 90 dm de ancho? (Las baldosas han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna). R. 3dm

10) Un panadero necesita envases para colocar 250 magdalenas y 75 mantecados en cajas, lo más grandes que sea posible, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuántas unidades irán en cada caja? ¿Cuántas cajas hacen falta?

R. En cada caja deberán ir 25 unidades.

Completará 10 cajas de magdalenas y 3 cajas de mantecados.

11**)** Un alumno quiere cambiar con otro cuaderno de Q.3.60 por rotuladores de Q.4.80. ¿Cuál es el menor número de cada clase que pueden cambiar sin que ninguno de los dos pierda? ¿Cuál es el valor de lo que aporta cada uno?

R. Pueden intercambiar 4 cuadernos por 3 rotuladores, por un valor, cada paquete, de Q.14.40.

12) El mayor de los tres hijos de una familia visita a sus padres cada 15 días, el mediano cada 10, y la menor cada 12. El día de Navidad se reúne toda la familia. ¿Cuando volverán a encontrarse los tres juntos? ¿Y el mayor con el mediano?

R. 60 días después volverán a encontrarse los 3 juntos, es decir 23 de febrero;El mayor y el mediano se encontrarán transcurridos 30 días, El 24 de enero.

13) Rosa tiene el triple de discos que Manuel. Si cada uno comprase un disco, Rosa tendría el doble. ¿Cuántos discos tienen cada uno? R Rosa 4, Manuel 2

*“Fija los ojos hacia delante en lo que puedes hacer, no hacia atrás en lo que no puedes cambiar” T. Clancy*

**Guía de estudio No. 2.6**

*“La gota abre la piedra, no por su fuerza sino por su constancia” Ovidio*

**FRACCIONES DECIMALES**

**Conceptos:**

**Fracción decimal,** es toda fracción, cuyo denominador es la unidad seguida de ceros**.**

**Un número decimal,** es un número escrito en un sistema de base 10 en que cada dígito, según su posición, señala la cantidad de unidades, decenas, centenas, miles, décimas, centésimas, milésimas, etc., que contiene. Con una coma o punto se separa la parte entera de la parte no entera o decimal del número. (Se recomienda usar punto en lugar de coma, para evitar confusión con miles).

Por ejemplo:



= 4 decenas + 5 unidades + 8 décimos + 3 centésimos + un milésimos

**Representación decimal de un número racional:** Se llama **fracción decimal** a una fracción cuyo denominador es una potencia entera de 10.

**Ejemplos**:

1.  son fracciones decimales.
2. Todo número entero puede ser representado como fracción decimal, por ejemplo:



1. El número racional  se puede representar por la fracción decimal  ya que:



1. El número racional  puede ser representado por la fracción decimal , ya que:



Un número decimal finito, es un número racional, que puede ser representado por una fracción decimal.

**Escritura decimal de un número decimal finito**  Al efectuar la operación de división , observamos que ésta no contiene enteros por lo cual el lugar de la unidad está ocupado por cero.

**Ejemplos:**

1)  2)  3) 

Al efectuar la operación de división , observamos que ésta no contiene enteros por lo cual el lugar de la unidad está ocupado por cero.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| decena | Unidad | décimo | centésimo | milésimo |
| 10 | 1 |  |  |  |

**Regla para escribir un decimal:** S**e** escribe la parte entera si la hay, y si no la hay, un cero y en seguida el punto decimal, después se describen las cifras decimales teniendo cuidado de que cada una ocupe el lugar que le corresponde.

**Ejemplo 1**: Escribir setenta y cinco milésimas: R. 

**Ejemplo 2:** Escribir 6 unidades 817 diezmilésimas: R. 

**Actividad 1**

Escribir en notación decimal

1. 8 centésimas R. 8/100
2. 19 milésimas R. 19/1000
3. 9 cienmilésimas R. 9/100,000
4. 11 décimas R. 11/10
5. 218 décimas R. 218/10
6. 7546 centésimas R. 7546/100
7. 6 unidades 8 centésimas R. 68/100
8. 7 unidades 19 milésimas R. 7



1. 42 unidades 42 millonésimas R. 42



1. 978 décimas R. 978/10

**Actividad 2**

Escribir en número decimal

1.  2)  3) 4)   **5)** 6) 

**Respuestas:**

**Actividad 2:**  1. Siete décimos 2. Treinta y cinco centésimos

3. trescientos quince cien milésimas 4. Ocho milésimas

5. seis enteros, diecinueve milésimas 6. Nueve enteros dieciocho centésimas

**Actividad 3**

Escribir en números racionales

1. 0.8 2) 0.0015 3) 0.15

4) 0.000003 5) 0.003 6) 8.00723

7) 2.000016 8) 15.000186 9) 0.09

**Respuestas:**

**Actividad 3:** 1) 8/10 2) 15/10000 3) 15/100 4) 3/1000000

5) 3/1000 6) 7) 8)



9) 9/100



**Propiedades generales de las fracciones decimales**:

1. Un decimal no se altera porque se añadan o supriman ceros a su derecha.

Ejemplo: 0.34 = 0.340 = 0.3400

1. Si un número decimal se corre el punto decimal a la derecha uno o más lugares, el decimal queda multiplicado por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya corrido el punto a la derecha. Ejemplo: 0.876 10 = 8.76



0.876 100 = 87.6



0.876 1000 = 876



3) Si en un número decimal se corre el punto decimal a la izquierda uno o más lugares, el decimal queda dividido por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya corrido el punto a la izquierda. Ejemplo: 4.5 ÷ 10 = 0.45

4.5 ÷ 100 = 0.045

4.5 ÷ 1000 = 0.0045

**Actividad 4**

Efectuar:

1. 0.4 10 R. 4 2) 7.8 10 R.78 3) 0.324 10 R. 3.24



4)0.455 1000 R.455 5) 0.724 1000000 R. 724000



6) 45.78 10000 R. 457800 7)0.5 ÷ 10 R. 0.05 8) 0.86 ÷ 10 R.0.086



9) 2.5 ÷ 1000 R. 0.0025 10) 0.7 ÷ 100000 R. 0.000007

11) 16.134 ÷ 100 R. 0.16134 12) 2.3 ÷ 100 R. 0.0.023

**Actividad 5**

Simplificación de fracciones con decimales:

1.  R. 2 2)  R. 22

3) R. 333 4)  R. 0.010101

**Guía de estudio No. 2.7**

*“La buena suerte se da, cuando coincide la oportunidad con la preparación”*

**Tema: REPRESENTACIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES**

**Algunos Conceptos**

Todo número racional es el cociente de la división indicada de su numerador, entre su denominador; por lo tanto, para convertir una fracción a número decimal, se sigue el siguiente proceso:

“Se divide el numerador entre el denominador, aproximando la división hasta que dé cociente exacto o hasta que se repita en el cociente, indefinidamente, una cifra o un grupo de cifras”

**Ejemplo**: Convertir 3/5 a decimal: 3÷5= 0.6 R. 0.6

Existen diferentes clases de decimales, originados por diferentes fracciones:

* Exactas
* Inexactas
* Periódicas periódicas puras

periódicas mixtas

Fracción **decimal exacta,** es la que tiene un número limitado de cifras decimales.

Ejemplo: 0.6 y 0.35

Fracción **decimal inexacta** periódica es aquella en la cual hay una cifra o un grupo de cifras que se repiten indefinidamente y en el mismo orden.

Ejemplo: 0.333… y 0.1212…

**Período,** es la cifra o grupo de cifras que se repiten indefinidamente y en el mismo orden. Ejemplo: 0.333… el período es 3; 0.1212… el período es 12

Fracción **decimal periódica pura,** es aquella en la cual el período empieza en las décimas.

Ejemplo. 0. (3)33…, 0. (12)1212…, 0. (786)786…

Fracción **decimal periódica mixta** es aquella en la cual el período no empieza en las décimas.

Ejemplo: 0.08 (3)33…, 0.2 (35)35…, 0.00 (171)171…

**Notación:** El período de un número decimal infinito se denota, escribiendo una vez el período con una raya sobre él.

Ejemplos:  y .

**Actividad 1**

Convertir las siguientes fracciones a números decimales y clasificarlos según al tipo de decimal al que pertenece.

1) ½ 2) 1/3 3) ¼

4) 1/6 5) 1/7 6) 1/8

7) 1/9 8) 2/5 9) 3/5

10) 2/3 11) 4/5 12) 5/12

13) 7/11 14) 1/333 15) 6/111.

**Respuestas:**

**Actividad 1**

1) 0.5, Exacta 2) 0.333…, Periódica Pura 3) 0.25 , Exacta

4) 0.166…, Periódica Mixta 5) 0.142857, Exacta 6) 0.125, Exacta

7) 0.111…, Periódica Pura 8) 0.4, Exacta 9) 0.6, Periódica Pura

10) 0.666…, Periódica Pura 11) 0.8 , Periódica Pura 12) 0.41666…, Periódica Mixta

13) 0.6363…, Periódica Pura 14) 0.003003…, Periódica Pura 15) 0.054054…, Periódica Pura

*“Ser excelente es comprender que con una férrea disciplina, es factible forjar un carácter de triunfador” Anónimo*

**Guía de estudio No. 2.8**

*“La perseverancia es el ingrediente más importante para el éxito “Anónimo*

**Tema: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON FRACCIONES**

Hay varios autores de libros de matemática, que difieren en la cantidad de pasos sugeridos, entre 3 y 7, cuyo resumen está en los siguientes 4 pasos sugeridos.

**PASOS PARA PLANTEAR UN PROBLEMA:**

**1- Comprender el problema.** Parece, a veces, innecesaria, pero es de gran importancia, entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes.

       -    Se debe leer el enunciado, despacio.   
       -    ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos).  
       -    ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos).  
       -    Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y la incógnita.   
       -    Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo o resumen de la situación.

**2- Trazar un plan para resolverlo**. Hay que plantearla de una manera flexible, alejado del mecanicismo.

       -    ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?   
       -    ¿Se puede plantear el problema de otra forma?   
       -    Imaginar un problema parecido pero más sencillo.

       -    Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de

llegada con la de partida?   
       -    ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

**3- Poner en práctica el plan.** También hay que plantearlo de una manera flexible.

  -    Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.   
  -    ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?   
  -    Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?

  -    Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo

que se hace y para qué se hace.   
  -    Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe

volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

**4- Comprobar los resultados.**

-    ¿Se puede comprobar la solución?   
   -    ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?

**Ejemplo:** Unagricultor, planta 1/4 de su huerta de tomates, 2/5 de cebollas y el resto del terreno, que son 280de papas. ¿Qué fracción ha plantado de papas? ¿Cuál es la superficie de total de la huerta?



**Paso 1: Se** debe averiguar la fracción de papasy el tamaño total de la huerta.

**Paso 2:** Se debe restar lo que se ha plantado en la huerta tomando ésta como la unidad.

**Paso 3**: La huerta le asignamos la unidad porque corresponde a una sola huerta.

1- 1/4 - 2/5 =

20- 5 – 8 = 7/20 es la fracción que corresponde a las patatas. **R.1 = 7/20**

20

Si 7/20------ 280 m2

13/20-------- x

7/20.x = 280. 13/20 7x = 3640 x = 520

Entonces la superficie total de la huerta es

**R.2 = 800m2**

**Paso 4**: 

**Ejercicios de aplicación:**

**1) Tenía ahorrados Q18. Para comprarme un juguete he sacado 4 / 9 del dinero. ¿Cuánto me ha costado el juguete?**

En este caso se trata de calcular la fracción de un número. Necesito los 4 / 9 de los Q18 que tengo para el juguete. **4 / 9 de 18 = Q**8 me ha costado el juguete.

Otra forma: Calcular lo que corresponde a 1 / 9 y multiplicar por 4.

**1º    1 / 9 de 18 =** 2        **2º       2 x 4 =** 8

**2)** ¿Entre qué número se divide 80 cuando se convierte en 5/3?

1. es el dividendo y 5/3 el cociente. Para hallar el divisor no hay más que dividir el dividendo entre el cociente:

80 ÷ 5/3 = 48 entonces hay que dividir 80 entre 48

**3)** Tenía Q90.00, perdí los 3/5 y presté 5/6 del resto. ¿Cuánto me queda?

Perdí 3/5 de 90:  Presté 5/6 del resto: 

Me quedan: 90 - (54 + 30) = 6 R. Q.6.00

**Actividad 1:**Resuelva los siguientes problemas:

1) El paso de cierta persona equivale a de metro. a) ¿Qué distancia recorre con 1,000 pasos? b) ¿Cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 1.400 m.? R. a) 875 m y b) 1600 pasos.



2) En un frasco de jarabe caben de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe? R. 12 frascos.



3) Un laboratorio comercializa perfume en frascos que tienen un capacidad de de litro. ¿Cuántos litros de perfume se han de fabricar para llenar 1.000 frascos? R. 150 litros**.**



4) Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora recorre, del trayecto, en la segunda los de lo que le queda y en la tercera los 80 km. restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida? R. 384 km.



5) He gastado las tres cuartas partes de mi dinero y me quedan Q.900.00. ¿Cuánto tenía? R. 3600.

6) De un depósito de agua se saca un tercio del contenido y, después de lo que quedaba. Si aún quedan 600 litros. ¿Cuánta agua había al principio? R. 1500 lt.



7) ¿Cuántas botellas de de litro se pueden llenar con una garrafa de 30 litros? R. 40 botellas**.**



8) Un vendedor despacha por la mañana las partes de las naranjas que tenía. Por la tarde vende de las que le quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 100 kg. de naranjas. ¿Cuántos kg. tenía? R. 2000 kg**.**



9) Con el contenido de un bidón de agua se han llenado 40 botellas de de litro. ¿Cuántos litros de agua había en el bidón?. R. 30 litros.



10) Un frasco de perfume tiene una capacidad de de litro. ¿Cuántos frascos de perfume se pueden llenar con el contenido de una botella de de litro? R. 15 frascos**.**



11) Jacinto come los de una tarta y Gabriela los tres quintos del resto. a) ¿Qué fracción de tarta ha comido Gabriela? b) ¿Qué fracción queda? R. a) 3/7 comido y b) 2/7 le queda**.**



12) De un depósito que contenía 1,000 litros de agua se han sacado, primero del total y, después, del total ¿Cuántos litros quedan? R. 50 litros**.**



**UNIDAD 3**

*“La gente crea su propio éxito, aprendiendo lo que necesita aprender y practicándolo hasta que se vuelve experta”. B. Tracy*

**EXPONENTES Y RADICALES.**

**Objetivo de la unidad:** Preparar al estudiante para que sea capaz de resolver las operaciones y los problemas de exponentes y radicales, aplicando las leyes de los mismos.

**Guía de estudio No. 3.1**

**Tema**:

**POTENCIAS Y RAÍCES CON NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES**

**Algunos Conceptos**

**POTENCIACIÓN:** Es una operación que permite abreviar la multiplicación de un número “a” por sí mismo, “n” veces.

an = a x a x a… hasta n veces; “a” es llamada base

“n” es llamado exponente e indica las veces que la base se toma como factor de sí misma.

Ejemplos: Potencia: 53 = 5 x 5 x 5 = 125; 24 = 2 x 2 x 2 x 2 = 16

a0 = 1; a1 = a; a2 = a x a; a3 = a x a x a; a4 = a x a x a x a



**Elementos de la potencia**

    En la potencia 53 distinguimos la base, que es el 5 y el exponente, que es el 3.  
    En este caso 53 = 5 x 5 x 5. La base (5) es el número que se repite en la multiplicación.  
    El exponente (3) es el número de veces que se multiplica.

**RADICACIÓN**: La operación contraria de la potenciación, es la radicación; utilizando el ejemplo anterior podemos construir el siguiente cuadro

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ejemplo | Radicación | Potenciación |
| 125 | Radicando | resultado |
| 3 | Índice | exponente |
| 5 | Raíz | base |

La ventaja de expresar las potencias en las formas escritas anteriormente, para factores repetidos, consiste en que cumplen propiedades que facilitan las operaciones o manejo de los números. Estas propiedades de la potenciación son llamadas “LEYES DE LOS EXPONENTES”, que se explicarán enel desarrollo de estas GUÍAS DE ESTUDIO.

**ExpresiónRadical o Radical** es toda raíz indicada de un número o de una expresión algebraica. Si la raíz indicada es exacta, le expresión es **racional**; si no es exacta, es **irracional.**

**Definición de radicación**: Radicación, es encontrar la raíz de un número, la cual elevada a la correspondiente potencia, de como resultado el número inicial.

=



**NÚMEROS Y RAÍCES CÚBICAS:** Un número cúbico, se asocia al volumen de un paralelepípedo de lados o aristas iguales, llamado **Cubo.**

Este volumen se obtiene multiplicando el área de una de sus caras: b2, por la longitud o fondo de una de las aristas perpendiculares a la misma. Como en un cubo todas las aristas son iguales, el volumen:  **V = b2b = b3**

Número cúbico “V” es el producto de un número natural “b” que se multiplica por sí mismo dos veces, por lo que aparece tres veces como factor. Así un cubo con aristas iguales a 5 unidades, tendrá un volumen igual a: V = 53 =  = 125 unidades cúbicas, por lo tanto 125 es un número cúbico.

Cuando se conoce el volumen de un cubo, es decir, el número cúbico, la operación que permite conocer la longitud de una de sus aristas, se llama “extracción de raíz cúbica” y se denota por el símbolo u operador:. El índice 3 del radical se utiliza para diferenciarlo de la raíz cuadrada o de otro radical diferente.

= 5, porque 53 = 125

En general = b, si y sólo si V = b3

**RADICACIÓN o RAÍZ n-ésima: **En términos generales, a “n” se le llama índice del radical y normalmente es un número natural mayor que uno, el cual se omite en el único caso de la raíz cuadrada.

Al símbolo ****se le llama radical; el número real al que se le extrae la raíz, se le denomina radicando o cantidad subradical y al número real que resulta de extraer la raíz, se le llama raíz n-ésima del radicando:

= b

Donde: n = índice del radical

a = radicando

b = raíz n-ésima del radicando

**Signos de las raíces:**

a) Las raíces impares de una cantidad tienen el mismo signo que la cantidad.

b) Las raíces pares de una cantidad positiva tiene doble signo: + y -.

**LOS NEGATIVOS EN LA RAÍCES CUADRADAS Y CÚBICAS**:La raíz cuadrada (o de índice par) de un número negativo no existeo no está definido en el campo de los números reales, porque el producto de 2 números de igual signo siempre dan resultado positivo.

 = No existe en el campo de los números realesporque (b2 )≠ -A

Esta propiedad se cumple para todas las raíces n-ésimas de índice par del radical.

La raíz cúbica (o índice impar) de un número negativo, siempre da como resultado, un número negativo. Ejemplo: = -4, porque (-4)3 = (-4)(-4)(-4) = -64

**RAÍCES CUADRADAS (o DE ÍNDICE PAR) DE NÚMEROS POSITIVOS**:

Las raíces de índice par de números positivos, tienen 2 o número par de soluciones, una positiva y una negativa. Ejemplo: = +5, porque (+5)2 = 25

 = -5, porque (-5)2 = 25

**Actividad 1**

1. Responda las siguientes preguntas para calcular 84:
   1. ¿Cuál número es la base?
   2. ¿Cuál número es el exponente?
   3. ¿Cuántas veces se utiliza el 8 como factor?
   4. ¿Cuál es el resultado?
2. ¿Cuál es la notación exponencial de: ?
3. Cada vez que la tierra gira sobre su eje, una persona en el Ecuador avanza 23 millas alrededor del planeta, pero una persona en el Ártico avanza  millas. ¿Cuáles son estas distancias expresadas en forma usual?
4. Una superficie cuadrangular tiene un área de 121 pies cuadrados. ¿Cuál es la longitud de uno de sus lados?
5. Cada persona tiene 2 padres, cada padre tiene 2 padres. Cada abuelo tiene 2 padres. ¿Cuántos bisabuelos tiene cada persona?

6. Halle los números que faltan:

a) ?2 = 64 b) ?3 = -27 c) 4? = 64 d) 16 = ?2ó ?4

7) ¿Qué número es mayor: 26ó 62?

Respuestas: 1.a) 8 1.b) 4 1.c) 4 1.d) 4096 2) (-2)4

3) 49,800 millas y 9860 millas 4) 11 pies 5) 8

6.a) 6.b) 6.c)6.d) 7) 26



## ****“***Su aprendizaje depende de su esfuerzo y entusiasmo por aprender”***

**Guía de estudio No. 3.2**

*“La vida es una oportunidad, benefíciate de ella; la vida es belleza, admírala; la vida es un sueño, alcánzalo; la vida es un desafió, enfréntalo; la vida es un juego, juégalo” Madre Teresa*

**Tema: LEYES DE LOS EXPONENTES Y DE LOS RADICALES**

La ventaja de expresar las potencias en las formas indicadas anteriormente, para factores repetidos, consiste en que cumplen propiedades que facilitan las operaciones o manejo de los números. Estas propiedades de la potenciación son las siguientes, llamadas también **LEYES DE LOS EXPONENTES**. Es importante tomar en cuenta que estas propiedades o leyes funcionan en doble vía, es decir, se pueden operar del miembro izquierdo hacia el derecho de la igualdad y viceversa.

|  |
| --- |
| PROPIEDAD 1: PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE |

Para multiplicar potencias de igual base, se copia la base y se eleva a la suma de los exponentes:



Ejemplo: 3x33x32 =31+3+2  = 36 = 729;

|  |
| --- |
| PROPIEDAD 2: POTENCIA ELEVADA A OTRO EXPONENTE |

Para cualquier número real “a”, diferente de cero y de uno; y los exponente “n” y “m” son números enteros: el resultado de elevar una potencia a otro exponente, es la misma base elevada al producto de los exponentes:



Ejemplo: (43)2 = 43X2 = 46 = 4096

|  |
| --- |
| PROPIEDAD 3: PRODUCTO DE DOS POTENCIAS CON DIFERENTE BASE, PERO CON IGUAL EXPONENTE |

El producto de dos potencias con diferente base, pero con igual exponente, es igual a elevar al mismo exponente, el producto de las bases:



Ejemplos: 33•23 = (3•2)3 = 63 = 6•6•6 = 216

|  |
| --- |
| PROPIEDAD 4: COCIENTE DE DOS POTENCIAS CON DIFERENTE BASE PERO CON IGUAL EXPONENTE |

El cociente de dos potencias con diferente base pero con igual exponente, es igual a elevar al mismo exponente, el cociente de las bases. Ambas bases deben ser diferentes de cero y uno y el exponente, un número entero:



Ejemplo:



|  |
| --- |
| PROPIEDAD 5: COCIENTE DE DOS POTENCIAS DE IGUAL BASE |

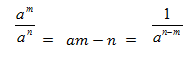
Para dividir potencias de igual base, se copia la base y se eleva a la resta de los exponentes:



Ejemplo: 75 ÷ 73 = 75-3 = 72 = 49

**Aclaraciones de la propiedad 5**:

1. Esta propiedad es aplicable para una base de un número real, diferente de cero y de uno. Así mismo los exponentes son números enteros.
2. Para que el exponente resultante sea un número positivo, la resta de los exponentes se hace en el lado de la fracción con exponente mayor. Si la potencia con mayor exponente se encuentra en el denominador, se copia la base en el denominador y a su exponente se le resta el exponente de la potencia del numerador.
3. Esta propiedad, al aplicarla al COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE Y DE IGUAL EXPONENTE, demuestra que toda cantidad (a excepción de cero) elevada a cero, es igual a la unidad.
4. Esta propiedad, también puede utilizarse para demostrar a qué es igual el valor de una potencia con exponente negativo;



Ejemplos: 1)  =  =  =  ;

2)  =  =  = a-2

|  |
| --- |
| PROPIEDAD 6: POTENCIAS CON EXPONENTE NEGATIVO |

Para números reales “a y b” diferentes de cero y de uno y además el exponente “n” es un número entero, se indica que una potencia con exponente negativo es igual al recíproco de la base pero con el exponente positivo.

Esta propiedad permite indicar que recíproco también se define como el resultado de dividir la unidad entre el número (o fracción), así mismo, para convertir una potencia con exponente negativo, se forma una fracción con la unidad de numerador y como denominador la potencia con el exponente positivo.

Finalmente, esta propiedad permite encontrar otra definición de recíproco de un número “a” que es igual a a-1:

**;;**



Ejemplos: **1)**= =  =  ;

2**)** 5-3 =  = ;

**3)** (-3) -5 =  = 

|  |
| --- |
| ****PROPIEDAD 7: LEY DE EXPONENTE FRACCIONARIO**** |

## **Toda raíz n-ésima puede ser expresada como una potencia con exponente fraccionario que tenga como numerador el exponente del radicando y como denominador, el índice del radical.**

## 

## Ejemplo: 1)



## ****2)****

## ****3)****

## ****Equivalencia:** puede haber equivalencia en dos expresiones una potencia con exponente fraccionario y un radical. Ejemplo**

## 

## **Todo número real puede expresarse como una potencia elevada a un exponente fraccionario de forma neutra. Esta propiedad es muy utilizada para simplificar expresiones con radicales, o bien en la solución de ecuaciones o expresiones para eliminar o sustituir radicales**.****

## ****Ejemplos:****

## ****1)****

## ****2)****

## ****3)****

## ****4)****

## ****5)****

## ****LEYES DE RADICALES:****

## ****1)****

## ****2)****

## ****3)****

## ****Actividad 1****

## **Opere y simplifique**:****

## ****1)****

## ****2)****

## ****3)****

## ****4)** =**

## ****5)****

## **Respuestas: 1) 10 2) 3 3) 2 4) ab 5) 35 a10 b15**

Ejercicios propuestos

1.Respuesta = 2



2. Respuesta =



3. Respuesta = + 



4. Respuesta = 12



5. Respuesta =



6. Respuesta =



## ****“***Su aprendizaje depende de su esfuerzo y entusiasmo por aprender”***

**Guía de estudio No. 3.3**

*“El único hombre que no se equivoca es el que nunca hace nada”. Johann Wolfgang*

**Tema: OPERACIONES CON POTENCIAS Y RAÍCES**

**OPERACIONES CON POTENCIAS: En** la guía de estudio 3.2, se expusieron propiedades o leyes de los exponentes. En esta guía incluiremos aplicaciones de esas leyes en varias operaciones y simplificación de fracciones.

1. Calcular el valor de la expresión exponencial: 42.5 : 42.5 = 45/2 = 
2. Operar y simplificar ↔ 

**c)**  Efectuar  ↔ 

**d)**  Efectuar  ↔ 

**e)** Operar  ↔ 15 = 1

f) Efectuar  ↔ 2 

**g)** Simplificar ↔ 

**h)  ↔ **

**Sumas y restas de radicales: Se** simplifican los radicales dados, se reducen los radicales semejantes y a continuación se escriben los radicales no semejantes con su propio signo.

Ejemplo: Simplificar a) :



**Actividad 1**

Efectuar y simplificar

1)  R.



2)  R. 

3)  R.



4)  R.



5)  R. 

6)  R. 

7)  R. 

**Multiplicación de Radicales: Si** los radicales son de igual índice, se multiplican los coeficientes entre sí y las cantidades sub-radicales o radicandos entre sí, colocando este último producto bajo el signo radical común y se simplifica el resultado.

**Ejemplo:** por  = 

**Actividad 2**

1)  R. 

2)  R. 

3) = R. 

4) *por* R. 

5)  R. 

**División de Radicales del mismo índice:**Si los radicales son de igual índice, se dividen los coeficientes entre sí y las cantidades sub-radicales o radicales entre sí, colocando este último cociente bajo el signo radical común y se simplifica el resultado.

Puede sustituir la división, por una multiplicación del numerador por el recíproco del denominador.



**Actividad 3**

1)  R. 2

2)  R. 

3)  R. 

**Simplificación de radicales:**Significa expresar un número irracional en su forma más reducida o simple, de tal manera que ningún factor del radicando posea raíz n-ésima exacta. Para explicar mejor, consideremos como ejemplo el número ; éste es un número irracional, puesto que 54 no es un número cúbico, es decir, no tiene raíz cúbica exacta; sin embargo, es susceptible de factorizar, de acuerdo al Teorema Fundamental de la Aritmética; así mismo, el valor factorizado se le puede aplicar propiedades y leyes ya estudiadas. Ejemplo ilustrativo:

 = 

**Reglas o pasos para simplificar radicales:**

1. Se factoriza el radicando, aplicando el Teorema Fundamental de la Aritmética.
2. Se agrupan los factores de forma que un grupo tenga las potencias con exponentes múltiplos del índice del radical. En el otro grupo se tendrán los factores cuyos exponentes sean menores al índice del radical.
3. Se aplican las leyes de radicales para simplificar. Usualmente, la expresión simplificada contiene un número racional multiplicado por un número irracional.

**Racionalización de Radicales:**Consiste en sustituir (eliminar visualmente) los radicales del denominador de una expresión racional. En problemas de matemática avanzada, algunas veces es necesario racionalizar el numerador, pero en este caso hay necesidad de especificar esta situación.

En el proceso de racionalizar, la fracción dada se multiplica por una fracción neutra (n/n), de tal forma que al realizar el producto, el exponente (fraccionario) de la expresión a racionalizar, se convierta en un exponente natural.

**Ejemplos:**

a) 

b) = = 

c) 

d) 

Para el desarrollo de este ejercicio ver tema de Productos Notables caso diferencia de cubos:

(a-b)(a² + ab + b²) = a³ - b³

**Otras operaciones con radicales y expresiones algebraicas:**

Opere y simplifique:

1)



2) 

3) 

4)

“*Cuando el peligro parece ligero, deja de ser ligero” Francis Bacon.*

**TAREA: EXPONENTES Y RADICALES**

Instrucciones: Lea cada pregunta, resuelva en otra hoja en blanco y subraye la respuesta correcta con bolígrafo.

1. El valor exacto de es: a. b. 14 c. d. 2/7



2. Simplifique:  a.  b. - c.d.Noessimplificable



3. El resultado de operar es: a. 0.000111 b.-9,999.989



c. 0.0111 d. 0.0000111

4. Racionalice y simplifique: a b. 2



c. d.



5. Racionalice y simplifique: 



1. b. c. d.



6. Al sustituir *x* =-2 y *y* = 3 en la expresión algebraica , se obtiene:



a. 18 b. 17 c. d. Una expresión indefinida



7. El resultado de simplificar es:



a. b. 2 c. 1 d.



8. El valor exacto de: es:



1. b. *-58 c. -15 d. 6*



9. Resuelva: a. 1/3 b. 28/279 c. 3 d. 5/93



10. Resuelva: a. b. c. d.



11. Opere y simplifique: a. b.



c. d.



12. Racionalizar:  a. b. c. d.



13. Opere y simplifique: a. b. c. d.



14. Opere y simplifique: 42.5 a. 32 b. 4 c. 30 d. 1/32

15. ¿Cuál de las expresiones de abajo es equivalente a ?



a. b. c. d. Ninguna



16. Al valuar x= -4 en las siguientes expresiones, ¿en qué caso, el resultado es un número real?

a. b. c. d.



17. Un número entero positivo es igual al cuadrado de otro número entero positivo. Si la diferencia de los números es 12, ¿cuál es el mayor de estos números?

a. 15 b. 3 c. 9 d. 16

18. Seis hermanos van a comprar un terreno en partes iguales. A última hora dos de ellos desisten y esto hace que cada uno de los otros tenga que aportar Q500 más. ¿Cuál es el valor del terreno?

a. Q4000 b. Q6000 c. Q4500 d. Q5000

19. En una oficina de ventas, hay 2 supervisores. Cada supervisor tiene a su cargo T telefonistas y 9 practicantes. Cada telefonista usa 5 teléfonos y cada practicante 1 teléfono. ¿Cuántos teléfonos usan las telefonistas y los practicantes?

a. 5(T+9)+2 b. 5+T+9+2 c. 2(5T+9) d. NAC

20. El tiempo en minutos que debes emplear para hacer una tarea se descompone del siguiente modo: 1/10 del tiempo total de minutos en leerla, 2/5 en escribirla, 4/10 en imprimirla y 2 minutos en verificarla. La ecuación que define el tiempo empleado en hacer la tarea es:

a. 1/10 + 2/5 + 4/10 +2 = t b. (1/10 +2/5 + 4/10 +2)t = t

c. d.



**Guía de estudio No. 3.4**

*“Lograr mis metas no es un secreto, sino una opción, lo tomo o lo dejo”*

*“De las carreras sólo queda el cansancio, las metas se logran con perseverancia y constancia, no a saltos.*

Los babilonios utilizaban la elevación a potencias como auxiliar de la multiplicación, y los griegos sentían especial predilección por *los cuadrados y cubos*. Diofanto, (en el siglo 3 d. C.) ideó la yuxtaposición adhesiva para la notación de las potencias así. x, xx, xxx, xxxx, para expresar la primera, segunda, tercera potencia etc. de x, Descartes introdujo la notación x, x² , x³ etc.

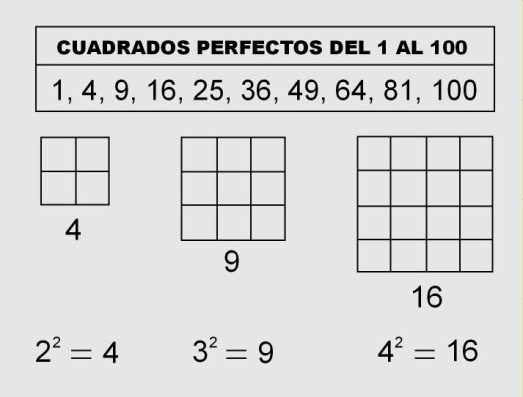
**Tema: REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE ALGUNAS POTENCIASY RAÍCES**

La aritmética griega se distinguió por tomar como base la GEOMETRÍA. Un número elevado al cuadrado, es el producto de un número natural que se multiplica por sí mismo y da como resultado otro número natural. Un número o “cuadrado”, se deriva de representar el área de una figura plana cuadrada.

Al conocer el valor de un número cuadrado se puede calcular la longitud de los lados de la figura plana cuadrada que representa, mediante la operación aritmética llamada “extracción de raíz cuadrada”, la que se representa por ; lleva un número llamado **índice,** queindica el grado del radical**;** por convención, el índice 2 se suprime.

La raíz cuadrada representa la longitud de cada lado de un cuadrado, cuyo valor se encuentra buscando un número que multiplicado por sí mismo, dé el número cuadrado.

**Cuadrados perfectos**



  Las potencias con exponente 2 se llaman cuadrados o cuadrados perfectos.  
 En el dibujo vemos que el cuadrado de 2,( 22 ), es 4; el cuadrado de 3, ( 32 ), es 9;  y el cuadrado de 4, (42), es 16. Puede comprobarlo contando los cuadros pequeños. Cuando aprendimos las tablas de multiplicar, aprendimos que 7 x 7 = 49. Ahora lo podemos expresar en forma de potencia: 72.

**Ejemplo 1**: Si el área de un cuadrado es 100, ¿cuál es la longitud de sus lados?

Sea: b = longitud de un cuadrado de área 100

Entonces: = 100 ; b = porque 102 = 100



**Cuadrados y cubos**: " Potencias con signo positivo.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

   En el dibujo de la izquierda vemos un cuadrado de 2cm de largo y 2cm de ancho. En total hay 4 cuadros pequeños de 1cm de lado;  2cm x 2cm = 4 cm2     El dibujo de la derecha representa un cubo que mide 2cm de largo, 2cm de ancho y 2cm de alto. En total, ¿cuántos cubitos pequeños hay? Cuéntelos y comprobará que hay 8 cubitos. 2 x 2 x 2 = 23 = 8.

**Ejemplo 2:** El volumen de un cubo es 343, ¿cuál es la longitud de sus aristas?

Si, V = 343 sea, b = longitud de una de las aristas

Entonces: = 343; b=  porque 73 = 343



**Actividad 1**

1. Complete el siguiente cuadro. En el último caso, use las propiedades de las potencias para justificar su valor numérico

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Potencia | Desarrollo de la potencia expresado | Valor numérico  de la potencia |
| 22 | 2 · 2 | 4 |
| 2-2 |  |  |
| 32 |  |  |
| 3-2 |  |  |
| 42 |  |  |
| 4-2 |  |  |

2) Representar gráficamente los valores resultantes de elevar al cubo los siguientes números 1, 2, 3,9

**Actividad 2**

Resuelva los siguientes problemas**:**

1) Un cuadrado tiene 225 dm2 de superficie. Hallar sus dimensiones. R. 15 dm de lado

2) Un cubo tiene 3375 m3. Hallar sus dimensiones. R. 15 metros de arista

3) ¿Cuál será la arista de un cubo cuyo volumen es ¾ del volumen de una pirámide de 288000 m3? R. 60 m

4) La altura de un paralelepípedo es el triplo de su longitud y de su ancho. Si el volumen del cubo es de 24000 cm3, ¿cuáles son las dimensiones del cubo? R. 20 cm de largo y 60 de altura

5) ¿Cuáles serán las dimensiones de un cubo cuya capacidad es igual al de un paralelepípedo de 45 m de largo, 24 m de ancho y 25 m de alto? R. 30 m de arista

6) Si a = 4 cm, b = 2 cm, c = 2.5 determinar el volumen del cubo:

a

cR. 20 cm3

b

*“Si no te gusta lo que te sucede, cámbialo, tú no eres un árbol” J.Rohn*

**Guía de estudio No. 3.5**

***“La visión de tu vida es tu futuro y debe ser de éxito”.***

**Radicalización: complemento**

La expresión, que representa la raíz principal de índice q de a, se llama radical, y la a que aparece bajo el signo radical se llama radicando o subradical. Al índice de la raíz, q, se le llama también orden del radical



Entonces por definición establecemos:



Lo cual significa que los radicales pueden ser sustituidos por potencias,de donde, las operaciones con radicales pueden efectuarse utilizando las leyes de los exponentes. Ver guía 3.3 donde se presentan las leyes de los radicales, los cuales el estudiante debe de memorizar, analizar y comprender para su aplicación.

Estas leyes las utilizaremos para simplificar radicales y para efectuar con ellas las diversas operaciones algebraicas.

**Simplificación:**

Se dice que el radical simple está simplificado cuando satisface las siguientes operaciones:



1. El radical no contiene factores afectados de exponentes mayores que el índice q del radical.
2. El radical no contiene fracciones.
3. El índice del radical es el menor posible.

Ejemplo;simplicar:

a)



b)



Solución: =



Pero debemoseliminar la en el denominador, conocida la aplicación como racionalización del denominador, entonces multiplicamos por la expresión de arriba y obtenemos una nueva expresión:



, de donde el denominador al ser multiplicado por tenemos un cuadrado de (√2), quedando únicamente 2.



Solución ejemplo b:



Actividad 1

1) R



2) R.



3) R



4) R



Adición y sustracción

Se dice que dos radicales son semejantes si después de que han sido simplificados constan del mismo subradical y el mismo índice.

Ejemplo,



La suma de radicales semejantes se efectúa como la de términos semejantes, o sea se multiplica la suma de sus coeficientes por el radical común.

Ejemplo

Calcular la suma indicada:



Actividad 2

1. R



1. R



1. R



1. R



1. R



**Multiplicación y división.**

Para multiplicar dos radicales primero se reducen al mismo índice, en caso de que sea necesario, y luego se aplican las leyes de los radicales.

Ejemplo

Multiplicar por



Como vemos los índices de los radicales son diferentes, entonces buscamos el mcm de los índices 3 y 2 = 6. Luego convertimos cada radical al índice 6, resultando la operación:



Luego operando



Para dividir un radical entre otro se reducen, si es necesario, al mismo índice y luego aplicamos las leyes de los radicales.

Ejemplo



**Racionalización del denominador**

En general, racionalizar el denominador de una fracción dada significa transformar esa fracción en otra equivalente cuyo denominador sea entero. Analizaremos un caso en el que el denominador de la fracción es una expresión de dos o más términos con radicales. A esta expresión la denominamos factor de racionalización de otra expresión.

Ejemplo

Dividir entre



Solución: operamos y luego racionalizaremos el denominador



Ejemplo 2

Racionalizar el denominador de



Solución



Actividad 3

1) R



2) R



3) R



4) R



5) R



6) R



7) R



8) R



9) R



10) R



11) R 6 + 2



12) R 22 -9



13) R



14) R



15) R ( 2*a* –*x* +)/(4*a-x*)



16) R



17) R



18) R.



19) R.



20) R .



# Números Complejos

# Hasta el momento sólo hemos analizado los números reales. Sin embargo, observamos la necesidad de realizar un estudio preliminar de los números complejos. De hecho en este primer estudio de los números complejos debía ser considerado como el general del álgebra. El propósito de este tema es hacer un estudio de inducción a los números complejos y sus propiedades.

# Definiciones y Propiedades

# Resolver la ecuación cuadrática x² + 1 = 0, es buscar un número que satisfaga la condición de que x² = -1, que es un número negativo. Pero según regla de los signos de la multiplicación de números reales, sabemos que todo número real tiene la propiedad de que su cuadrado es un número real no negativo, de donde el número x que es solución de x² +1 = 0 no puede ser un número real. Para que sea posible la resolución de la ecuación, introducimos un nuevo número dado por la definición siguiente:

**Definición.** La cantidad se llama unidad imaginaria. Se le representa con el símbolo i y tiene la propiedad de que i² = -1. Entonces para representar la raíz cuadrada de un número negativo distinto de -1 introducimos una nueva clase de números definidos así:



**Definición.** Un número de la forma bi, en donde b es cualquier número real e i es la unidad imaginaria, recibe el nombre de número imaginario puro.

**Definición.** Un número de la forma a + bi, en donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria, se llama un número complejo. Si a = 0 pero b ≠ 0, el número complejo a + bi toma la forma bi lo que significa que los números imaginarios puros son un caso particular de los números complejos.

Si b = 0, el número complejo a + bi toma la forma a, que es un número real. Podemos recordar que a este respecto, ya dijimos que un número complejo; en consecuencia, el conjunto de todos los números reales es un subconjunto del conjunto de los números complejos.

**Definición.** Se dice que dos números complejos a +bi y c + di son iguales, si y sólo si a = c y b = d.

Como una consecuencia inmediata de esta definición, se tiene que a + bi = 0, solamente si a = 0 y b = 0.

Ejemplo: hallar los valores reales de x *y*y que cumplen con la siguiente igualdad:

x² + 2y² + xi + yi = xy + 7 + 3i

Solución:

Primero ordenamos los términos de modo que cada número sea un número complejo en la forma: a + bi.

(x² + 2y²) + (x + y)i = (xy + 7) + 3i

Por definición de igualdad de dos números complejos, igualando las partes reales e imaginarias entre sí, tenemos:

x² + 2y² = xy + 7

x + y = 3

Entonces se calcula inmediatamente que las soluciones de este sistema son x = 1, y = 2 y x = 11/4

y = ¼, que corresponden a los valores buscados

**Definición.** El negativo del número complejo a + bi es –a – bi.

Ejemplo -5i es el negativo de 5i y 4 – 3i es el negativo de -4 + 3i

**Definición.** Dos números complejos que sólo difieren en el signo de sus partes imaginarias se llaman números complejos conjugados. Así a + bi y a – bi son números complejos conjugados.

**Operaciones Fundamentales**

Las 4 operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división son las operaciones fundamentales. Estas operaciones también obedecen a las leyes del algebra. La excepción será que

i² = -1 que es una propiedad que no poseen los números reales.

La otra excepción es la siguiente ley de los números reales:

Para a > 0 y b > 0,



Esta ley no es válida para los números imaginarios.

Para a > 0 y b > 0,



El resultado correcto se obtiene como sigue:



# Definiciones de las cuatro operaciones fundamentales para dos números complejos cualesquiera

# a + bi y c + di cuyo resultado estará expresado en la forma canoníca de los números complejos.

# Adición para sumar dos o más números complejos, se suman separadamente las partes reales e imaginarias del mismo modo como se reducen los términos semejantes en la adición de expresiones algebraicas ordinarias.

# Así tenemos:

# (a + bi) + (c + di) = a + c + bi + di = (a + c) + (b + d)i

# Sustracción: para restar un número complejo de otro, se restan las partes reales e imaginarias separadamente.

# Así tenemos

# (a + bi) – (c + di) = a – c + bi – di = (a – c) + (b – d)i

# Multiplicación: El producto de dos números complejos se obtiene multiplicándolos como binomios ordinales y luego reemplazando por -1.

# Asítenemos:

# (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi² = (ac – bd) + (ad + bc)i

# División: Para expresar el cociente de dos números complejos como un solo número complejo, utilizamos un proceso análogo a la racionalización de un denominador con radicales en una fracción.

# En este caso utilizamos el conjugado del denominador en lugar del factor de racionalización.

# Así tenemos:

# a + bi/c + di = a + bi/c + di·c – di/c – di = ac – adi + bci - bdi²/c² - d²i² =

# (ac + bd) + (bc – ad)i/c² + d² = ac + bd/c² + d² + bc – adi/c² + d², c + di ≠ 0

# Ejemplo 1. Efectuar la operación indicada en cada una de las siguientes expresiones y dar el resultado en la forma canoníca.



Solución



b) (2 + 3i)(2 – 3i)(1 + 2i)

Solución:

Los primeros dos términos forman un producto notable y podemos escribir

(2 + 3i)(2 – 3i)(1 + 2i) = (4 – 9i)(1 + 2i) = (4 – 9(-1))(1 + 2i)



13(1 + 2i) = 13 + 26i

Ejemplo:

=



Nota:



Ejemplo 3

Expresar en la forma canónica de los números complejos



Solución: operamos separadamente con cada una de las fracciones. Y aplicando la definición del cociente de dos números complejos, multiplicaremos el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.



Ejercicios

1. x + yi = 2 – 3i respuesta = x = 2, y = -3
2. respuesta = (2, -1) , (-2, 1)



1. respuesta = 8i - 4



1. respuesta = 1-2i



*“Nunca olvides, que hay mucho espacio en la cima, pero no suficiente para sentarse”*

**Guía de estudio No. 3.6**

*“La disciplina es el fundamento sobre el cual se construye el éxito”*

**Tema: RESOLUCION DE PROBLEMAS CON RADICALES**

**Introducción**

Se puede resolver una gran cantidad y variedad de problemas de radicales. Aquí trataremos algunos de ellos, que nos darán la idea de cómo resolver otros.

Antes de resolverlos, es importante que el estudiante escriba en forma simbólica frases matemáticas y las pueda interpretar con exactitud, recordando que con una variable se representa la cantidad desconocida.

**Ejemplo 1**: La suma de los cuadrados de dos números es 613 y el número mayor es 18. Hallar el número menor.

Solución: 613 contiene el cuadrado de 18 y el cuadrado del número buscado, luego, si a 613 le restamos el cuadrado de 18, obtendremos el cuadrado del número buscado:



289 es el cuadrado del número que se busca; luego, el número que se busca será:

= 17.

**Ejemplo 2**: Un terreno cuadrado de 1369 m2, de superficie se quiere cercar con una cerca que vale Q0.60 el m. ¿Cuánto cuesta la obra?

Solución: la superficie 1369 m2 es el cuadrado del lado del terreno; luego el lado del terreno será:



Si un lado mide 37m, el perímetro del terreno será 37 x 4 = 148 m. Sabiendo que cada metro de cerca cuesta Q0.60, los 148m costaran: 148 x Q0.60 = Q88.80

**Ejemplo 3:** El volumen de una caja de forma cúbica es 216000 cm3. Si se corta la mitad superior, ¿cuáles serán las dimensiones de la nueva caja?

Solución: , luego, esta caja tiene 60 cm de largo, 60 cm de ancho y 60 cm de altura. Cortando la mitad superior resulta una caja de: 60 cm largo, 60 cm de ancho y 30 cm de altura.

**Actividad 1**

Problemas tipo sobre aplicaciones (radicación)

1. Un terreno cuadrado tiene una superficie de 324 m2 ¿Cuánto costará cercarlo si el metro lineal de valla cuesta Q380? R: Q27,360
2. Un propietario tiene un terreno cuyas dimensiones son 32m de largo por 8m de ancho, y quiere permutarlo por un terreno cuadrado de la misma superficie. ¿Cuál debe de ser el lado del terreno cuadrado? R: 16m
3. Una mesa cuadrada tiene una superficie de 841 dm2 ¿Cuánto mide su lado? R: 29 dm
4. Un terreno cuadrado tiene una superficie de 635.04m2 ¿Cuál es la longitud que tiene la valla que lo rodea? R: 100.8m
5. Un comerciante ha comprado cierto número de pantalones por Q256. Sabiendo que el número de pantalones coincide con el precio de cada pantalón, ¿cuántos pantalones compró? R: 16 pantalones
6. ¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de 867m2 si su longitud es triple que su ancho? R: 51m de largo y 17m de ancho
7. Se compra cierto número de bolígrafos por 196 quetzales. Sabiendo que el precio de un bolígrafo coincide con el número de bolígrafos comprados, ¿cuál es el precio de un bolígrafo? R:14quetzales
8. Una caja en forma cúbica tiene un volumen de 125,000 cm3. Si se corta la mitad superior, ¿cuáles serán las dimensiones del recipiente resultante? R: 50cm de largo, 50cm de ancho y 25cm de largo.
9. Un depósito en forma cúbica tiene una capacidad de 1,728m3. Si el agua contenida en el depósito ocupa un volumen de 1,296m3, ¿qué altura alcanza el agua en el depósito? R: 9 m
10. Un terreno tiene 500metros de largo y 45 de ancho. Si se le diera forma cuadrada, ¿cuáles serían las dimensiones de este cuadrado? R: 150m de lado

k) El cuadrado de la suma de dos números es 5625 y el cuadrado de su diferencia 625. Hallar los números: R. 50 y 25

l) El quinto de un número multiplicado por el cuadrado del mismo número da por resultado 200. Hallar el número R. 10

m) Se quieren colocar 144 soldados de una compañía, en el perímetro de un terreno cuadrado. ¿Cuántos hombres habrá en cada lado del cuadrado? R. 36

n) El volumen de una caja de forma cúbica es 216000 cm3. Si se corta la mitad superior, ¿cuáles serán las dimensiones de la nueva caja? R. 60 cm de largo, 60 cm de ancho y 30 cm de altura

ñ) Un terreno cuadrado de 1369 m2 de superficie se quiere cercar con una cerca que vale Q.50.00 el metro lineal. ¿Cuánto cuesta la obra? R. Q.7,400

**UNIDAD 4**

*“Para lograr mis metas debo tomar decisiones y actuar, debo ser el primero en creer que puedo lograrlas, y mis acciones deben ser consistentes con mis propósitos” Anónimo*

**FUNDAMENTOS DE ÁLGEBRA, DE LOS NÚMEROS REALES**

**Objetivos de la unidad:**

**1)** Desarrollar en el estudiante habilidades y destrezas en la comprensión y aplicación del lenguaje algebraico en operaciones con expresiones y fracciones algebraicas, en la resolución de problemas.

**2)** Fomentar en el estudiante el ejercicio de visualizar e identificar casos de factorización (y productos notables), para aplicar conceptos y resolver los ejercicios satisfactoriamente.

**Guía de estudio No. 4.1**

**Tema**: **TRANSICIÓN DEL LENGUAJE COLOQUIAL AL LENGUAJE ALGEBRAICO**

**Introducción**

Un ingeniero es una persona que resuelve problemas, en el desempeño de sus actividades. La información para resolver un problema, no está siempre en forma matemática. Los datos para resolver un problema provienen de la observación, el análisis o investigación de un proceso.

**¿Cómo resuelvo un problema que está escrito en lenguaje cotidiano?** Una ventaja práctica del Álgebra es su utilidad para resolver problemas cotidianos que requieren de las matemáticas.

Para que el Álgebra funcione para dar solución a los problemas, primero debemos ser capaces de convertir los problemas de aplicación a lenguaje matemático o algebraico, para ello tomemos en cuenta los siguientes 7 pasos sugeridos:

1. **Leer detenidamente y con cuidado el problema.**
2. **Realizar un bosquejo que ayude a resolver el problema “si es posible”.**
3. **Determinar qué cantidad se debe encontrar, asignándole una variable, si existe más de una variable, pueden escribirse todas en función de alguna de ellas.**
4. **Escribir el problema en forma de una ecuación matemática.**
5. **Resolver la ecuación.**
6. **Contestar la pregunta original.**
7. **Verificar la solución.**

Por consiguiente, para solucionar un problema, primero se debe ser capaz de convertir los problemas en lenguaje matemático y plantear la ecuación que lo resuelve, lo que constituye la parte medular del proceso.

Para realizar este paso, se debe entender el significado de ciertos enunciados y la forma de expresarlos matemáticamente.

Los siguientes, son algunos ejemplos de enunciados en lenguaje coloquial, los cuales han sido representados como expresiones algebraicas.

|  |  |
| --- | --- |
| **Enunciado** | **Expresión algebraica** |
| 5 más que un número |  |
| Un número aumentado en tres |  |
| 7 menos que un número |  |
| Un número disminuido en doce |  |
| El doble de un número |  |
| El producto de 6 y un número |  |
| El octavo de un número |  |
| Un número dividido en 3 |  |
| 4 más el doble de un número |  |
| 5 unidades menor que un número |  |
| 5 unidades menor que 3 veces un número |  |
| 2 veces la suma de un número y 8 |  |
| 2 veces la diferencia de un número y 4 |  |
| Juan gana dos veces más que Pedro |  |
| Un tercio de la diferencia de 2 números |  |
| La suma de los cuadrados de 2 números pares consecutivos |  |
| Las 2 terceras partes del cuadrado de la diferencia de un número y el triple de otro |  |
| El triple de un número más el cubo de la suma del mismo y el doble de otro elevado al cubo |  |
| El mayor de 2 números es 8 veces el resultado de la diferencia del menor y el cuadrado de la mitad del mayor | *x*= No. mayor *y*=No. menor |
| La edad del padre es el triplo de la de su hijo. La edad que tenía el padre hace 5 años era el duplo de la edad que tendrá su hijo, dentro de 10 años | *x* = edad actual del hijo, 3*x*= edad actual del padre |

Convertir de lenguaje algebraico al lenguaje coloquial con varias opciones por ejemplo:



1. Tres unidades más que el doble de un número.
2. La suma del doble de un número y 3.
3. El doble de un número aumentado en 3.
4. Tres sumado al doble de un número.

**Escritura de expresiones con porcentaje**:

a) El costo aumentó 6%: *C*= costo



b) 6% de descuento: *C*= costo



**Expresión de relaciones entre dos cantidades:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Enunciado** | **Primer número** | **Segundo número** |
| Un número es 3 unidades mayor que otro | *X* |  |
| Un número es 12% menor que otro | *X* |  |
| Dos números difieren tres unidades | *X* |  |

**Escritura de expresiones que implican una multiplicación**:

|  |  |
| --- | --- |
| El número de calorías en x papas fritas, si cada una tiene 2 calorías |  |
| Una comisión del 5% sobre x dólares en venta |  |

**Conversión de problemas de aplicación, a ecuaciones**:

Generalmente la palabra equivalente quiere decir “igual a”

|  |  |
| --- | --- |
| **Enunciado** | **Ecuación** |
| 6 unidades más que dos veces un número equivale a 4 |  |
| La suma de dos pares enteros, consecutivos equivale a 24 |  |

**Ejemplo 1:**2 restado de 4 veces un número es 10. Determine el número.

Solución: *x*= No. Ecuación:



Comprobación:



**Ejemplo 2:** 6 veces un número disminuido en 15 es –18. Halle el número.

Solución: *x*=No. Ecuación:



**Actividad 1**Transformar en enunciados coloquiales las siguientes expresiones algebraicas:

1.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
3.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
4.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
5.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
6.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
7.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
8.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
9.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
10.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
11.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
12.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
13.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
14.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
15.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
16.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
17.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
18.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
19.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
20.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
21.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
22.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
23.  : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Actividad 2**

a) Traduzca usando símbolo o lenguaje algebraico:

    1. La suma de dos números                                    \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    2. 10 más que n                                                        \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    3. Un número aumentado en 3                                \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    4.  Un número disminuido en 2                                \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    5. El producto de p y q                                             \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    6. Uno restado de un número                                   \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

7. 3 veces la diferencia de dos números              \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

8. 10 más que 3 veces un número                        \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

   9. La diferencia de dos números                          \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_   
10. El triple de un número, más el cubo de la suma del mismo número y su triple. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

  b). Escriba usando símbolos y simplifica el resultado:

    1. La suma de 24 y 19, restada de x          \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    2. 19 más que 33 veces un número                       \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    3. Dos veces la diferencia de 9 y 4                  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    4. El producto de 6 y 16, dividido entre el cuadrado de x\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    5. 3 veces la diferencia de 27 y 21                    \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    6. La diferencia de 9 al cuadrado y 4 al cuadrado          \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    7. El cociente de 3 al cubo y 9                          \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

    
  **Respuestas de la actividad 2:**

a) 1.       
    2.       
    3.       
    4.       
    5.       
    6.       
    7.       
    8.       
    9.



10.



 b)1.   
    2.   
    3.



    4.



    5.   
    6.



    7.



*“Recordar: Los objetivos se pueden lograr, para ello se debe: a) Querer lograrlos. b) Esforzarse y trabajar constantemente por ellos. c) La probabilidad de lograr las metas por obra de la casualidad, es prácticamente nula en lenguaje matemático (=0)”*

**Guía de estudio No. 4.2**

*“Olvidando ciertamente lo que queda atrás y extendiéndome*

*A lo que está delante, prosigo hacia la meta” San Pablo*

**EXPRESIONES ALGEBRAICAS.**

**SIMPLIFICACIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES**

**Introducción**

Aurelio Ángel Baldor nació en 1906 siendo el educador más importante de Cuba durante los años 1940 y 1950. Fundó y dirigió el Colegio Baldor, una institución que tenía 3.500 alumnos. Pasaba el día ideando acertijos matemáticos y juegos con números, viviendo en el mismo barrio que el "Che" Guevara. El 2 de enero de 1959, los hombres de barba que luchaban contra Fulgencio Batista, tomaron La Habana. No pasaron muchas semanas antes que Fidel Castro lo visitara personalmente y le ofreciera la revolución, sin embargo envió a un piquete de revolucionarios con la orden de detenerlo. Viajó a México y luego a New Orleans, donde no soportó el trato discriminatorio en contra de su nana de color y decidió llevarse a la familia hasta Nueva York, donde llegó a dictar una cátedra en Saint PetersCollege. Murió el 2 de abril de 1978.

C**onceptos:**

**Expresión Algebraica: Es** la representación de un símbolo algebraico o de una o más operaciones algebraicas.

Ejemplos:



**Término:** Es una expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo +ó. Así: son términos.



Los elementos de un término son cuatro: El signo, el coeficiente, la parte literal y el grado o exponente.

El signo + puede omitirse delante de los primeros términos de una expresión, no así dentro de una expresión de varios términos. Por tanto cuando un solo término o varios términos no van procedidos de ningún signo, son positivos.

La parte literal la constituyen las letras que haya en el término.

**Clasificación de expresiones algebraicas:**

1. **Monomio**: Es una expresión algebraica que consta de un solo término como:



1. **Polinomio**: Es una expresión algebraica que consta de más de un término, como:



1. **Binomio**: Es un polinomio que consta de dos términos, como:



1. **Trinomio**: Es un polinomio que consta de tres términos, como:



**Términos semejantes**: Dos o más términos son semejantes, cuando tienen la misma parte literal, o sea, cuando tienen iguales letras afectadas de iguales exponentes.

**Ejemplos:**

1. 2.



1. y 4.



**Reducción de términos semejantes**: Es una operación que tiene por objeto convertir en un solo término, dos o más términos semejantes.

**Ejemplos:**



5.



**Actividad 1**

Reducir términos semejantes:



1. b)



c)



d)



e) f)



*g)* h)   
i) j)   
k) l)   
m) n)   
o) p)   
q)



Respuestas:

1. b) c)



d) e)f) 3



g) h) i)



j) k) l)



m) n)



o) p)q)



**Actividad 2** Opere según la operación indicada

* 1. R.



* 1. R.



* 1. R.



* 1. R.







R.



**Actividad 3**Identifique el coeficiente y la parte literal en los siguientes términos y luego escriba en el cuadro:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TÉRMINO ALGEBRAICO | COEFICIENTE | PARTE LITERAL |
|  |  |  |
| 3/400 | 0,0075 |  |
| -7/11 |  |  |
|  |  |  |

**Actividad 4**En el siguiente cuadro marque con una x, y ó z, los términos que sean semejantes:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 pq5 | 3,3 p5q |  | 0,6ab2 | 3y2 |
| -1,5p5q | -x3 | 33 y2 | 3,5 pq5 | ab2 |
| 1,8y2 | pq5 | -3 x3 | -15x3 | 18p5q |
| 2 y2 | -14ab2 | pq5 | 3,5ab2 | y2 |

“*El propósito de la vida, es una vida con propósito” R. Byrne*

**Guía de estudio 4.3**

*“Para entender el corazón y la mente de una persona, no te fijes en lo que*

*ha hecho, no te fijes en lo que ha logrado, sino en lo que aspira a hacer”.*

**Tema: OPERACIONES CON POLINOMIOS**

**Suma o adición:** Es una operación que tiene como objetivo, reunir a dos o más expresiones algebraicas sumandos, en una sola expresión algebraica.

En aritmética, la suma siempre significa aumento, pero en álgebra la suma es más general, pues puede significar aumento o disminución, cuando algún término puede ser negativo.

Ejemplo: Sumar



**Resta o sustracción:** Es una operación que tiene por objeto, dada una cantidad o suma de dos o más sumandos que constituyen el minuendo y otra cantidad sustraendo. Se escribe el minuendo con sus propios signos y a continuación el sustraendo, con los signos cambiados y se reducen los términos semejantes si los hay.

**Ejemplo: (**1er Procedimiento**)** De (minuendo) restar (sustraendo)



(2do Procedimiento) Minuendo – (Sustraendo) = Diferencia



**Resta de polinomios con coeficientes fraccionarios:**

(Primer método**)** De Entonces:



\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



(2do.Método)



**Multiplicación: Es** una operación que tiene por objeto, dada dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto, donde el multiplicando y multiplicador son llamados factores del producto.

Existen 3 casos de la multiplicación:

1. Multiplicación de monomios.
2. Multiplicación de un polinomio por un monomio.
3. Multiplicación de polinomios.

**Multiplicación de monomios: Se** multiplican los coeficientes y a continuación de este producto se escribe, las letras de los factores en orden alfabético, poniéndole a cada letra un exponente igual a la suma de los exponentes que tengan los factores. El signo del producto vendrá dado por la ley de los signos.

Ejemplo: Multiplicar entonces (



**Multiplicación de polinomios por monomios:** Se ordena el polinomio en forma descendente y se procede a multiplicar el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada paso la regla de los signos, y se separan los productos parciales con sus propios signos.

Ejemplo: Multiplicar



**Multiplicación de polinomios por polinomios:** Después de ordenar ambos polinomios, se multiplican todos los términos del multiplicando, por cada uno de los términos del otro factor o multiplicador, teniendo en cuenta la ley de los signos, y se reducen los términos semejantes.

Ejemplo: Multiplicar



**División: Tiene** por objeto distribuir o repartir la cantidad llamada dividendo, entre la cantidad o expresión calificada como divisor. El resultado se llama cociente y cuando la división es inexacta, el sobrante es llamado residuo. Existen dos casos de división:

* 1. División de monomios
  2. División de polinomios entre monomios
  3. División de polinomio entre otro polinomio.

**División de monomios**: Se divide el coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor y a continuación se escriben en orden alfabético las letras, poniéndoles a cada letra un exponente igual a la diferencia entre el exponente que tiene el dividendo y el exponente que tiene el divisor.

Ejemplo: Dividir Entonces



**División de polinomios entre monomios**: Se divide cada uno de los términos del polinomio ya ordenado, entre el monomio, separando los cocientes parciales con sus propios signos.

Ejemplo: Dividir Entonces



)/ =



**División de un polinomio entre otro polinomio:** Se ordenan el dividendo y el divisor con relación a una misma letra. Se divide: el primer término del dividendo entre el primero del divisor y tendremos el primer término del cociente.

Éste primer término del cociente se multiplica por todo el divisor y el producto se resta el dividendo, para lo cual se le cambia el signo, escribiendo cada término debajo de su semejante.

Se divide el primer término del resto entre el primer término del divisor y tendremos el segundo término del cociente. El segundo término del cociente se multiplica por todo el divisor y el producto se resta del dividendo, cambiando los signos, y así sucesivamente hasta que el residuo sea cero, o un número menor que el divisor.

Ejemplo: Dividir



0 R.



**Actividad 1**

**a)** Hallar la suma

1. R.



1. R.



1. R. 0



1. R.



1. R.



**b)**Hallar la resta

1. R**.**



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



**c)** Multiplicar:

1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



**d)** Dividir:

1. R.



1. R.



1. R.



1. R.







R.



**Actividad 2**

Realizar las operaciones indicadas y simplificar



R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



**Guía de estudio No. 4.4**

*“El éxito en la vida consiste en seguir siempre adelante” S. Johnson*

**Tema:**  **PRODUCTOS NOTABLES Y SUS APLICACIONES**

**Algunos conceptos**

**Productos Notables**: Son aquellas multiplicaciones de expresiones algebraicas, cuyo resultado o producto puede ser escrito, por simple inspección, sin efectuar la operación, por tratarse de expresiones conocidas, que cumplen ciertas reglas fijas. Su aplicación simplifica la resolución de muchas multiplicaciones habituales.

**1) Binomio al cuadrado o cuadrado de un binomio:**

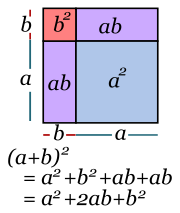


Ilustración gráfica del binomio al cuadrado.

Para elevar un binomio al cuadrado (es decir, multiplicarlo por sí mismo), se suman los cuadrados de cada término, con el doble del producto de ellos. Es decir:



un trinomio de la forma: se conoce como [trinomio cuadrado perfecto](http://es.wikipedia.org/wiki/Trinomio_cuadrado_perfecto).



Cuando el segundo término es negativo, la ecuación que se obtiene es:



En ambos casos, el tercer término tiene siempre signo positivo.

Ejemplo:



Simplificando:



2) **Binomio al cubo o cubo de un binomio:**

**a) Suma:**Es el cubo del primer término, con el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo término:



Ejemplo:



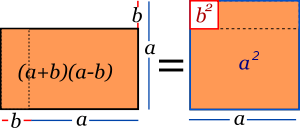
Agrupando términos:



**b) Resta:**Es el cubo del primer término, *menos* el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo, *menos* el cubo del segundo término:



## 3) Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades:



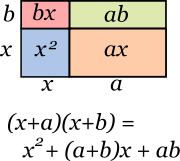
Son aquellos que sólo se diferencian en el signo de la operación. Para multiplicar binomios conjugados, basta elevar los monomios al cuadrado y restarlos, obteniendo una diferencia de cuadrados:



**Ejemplo:**



## 4) Producto de dos binomios con un término común:



Cuando se multiplican dos binomios que tienen un término común, se suma el cuadrado del término común con el producto el término común por la suma de los otros, y al resultado se añade el producto de los términos diferentes.



**Ejemplo:**



Agrupando términos:



Luego:



1. **Producto de dos binomios con cuatro diferentes términos**

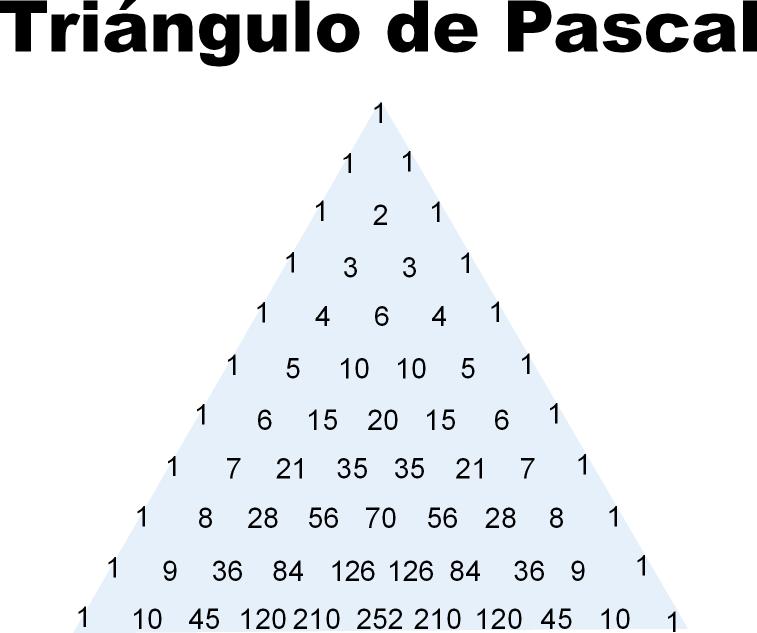


1. **Binomio a la n-ésima potencia**

( a + b) n Utilizando Triangulo de Pascal

El **triángulo de Pascal** es una representación de los coeficientes binomiales ordenados en forma triangular.

Ejemplo: para n=10



**Actividad 1**

Resuelva los siguientes productos notables:

1) R.



2) R.



3) R.



4) R.



5) R.



6) R.



7) R.



8) R.



9) R.



10)R.



12) R.



**Actividad 2**En los siguientes productos notables corregir el error o los errores:

1. *(x – 6)2 = x2 +12x +36*

1. *(x +8 )2 = x2 + 8x + 16*
2. *(x – 11)2 = x3 + 22x -121*
3. *(x + 16)2 = x2 – 32x +526*
4. *(x+3)3 = x3 +9x -27x +27*
5. *(x – 4)3 = x3 -48x 2 -12x + 64*
6. *(x - 7) (x + 15) = x2 – 8x -105*

*8) (x-13)(x+13) = x2 + 169*

|  |
| --- |
| **Actividad 3**Completar el término que falta en los siguientes productos notables:  1) (x +3)2 = x2 +\_\_\_\_\_+9 2) (x- 5)2 = \_\_\_\_\_-10x + 25  3) (x – 7)2 = \_\_\_- \_\_\_\_\_+49 4) (x + 9)2 = x2 \_\_\_\_\_\_+\_\_\_\_  5) ( \_\_ - 8)2 = x2 -\_\_\_\_\_+\_\_\_\_ 6) (x - \_\_\_)2 = \_\_\_\_-14x +\_\_\_  7) ( x + 12) (x- 12) = x2 -\_\_\_\_\_ 8) (x -\_\_\_) (x +13) = x2 - \_\_\_\_\_  9) ( x +\_\_\_) (x - \_\_\_) = \_\_\_\_-225 10) ( x – 25) (x + 25)= x2 - \_\_\_\_\_  11) (x+7) (x-4) = x2 +\_\_\_\_-28 12) (x -5) (x – 8) = \_\_\_-13x +\_\_\_  13) ( x +5)( x + 12) = \_\_\_+\_\_\_\_\_+ 60 14) ( x – 9)( x -7) = x2 \_\_\_\_\_+\_\_\_  15) ( x +6 )3 = x3 +\_\_\_\_\_+\_\_\_\_\_+216 16) ( x – 1)3 = \_\_\_\_-3x2 +\_\_\_\_- 1 |

**Guía de estudio 4.5**

***“****La motivación es lo que te ayuda a empezar, el hábito te mantiene firme en tu camino” J. Ryun*

**Tema: FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS**

**Algunos conceptos**

**Polinomio:** Es la base para la solución de las n raíces que posee una función f(x) de cualquier grado que nos sirve para no sólo graficarla, sino para tener parámetros importantes que nos lleven a decir con exactitud si puede analizarse como un modelo o ecuación, en que se pueda interpretar su estructura en que está conformado.

**Factorización de polinomios**: Factorizar o factorar una expresión algebraica es convertirla en el producto indicado de sus factores. Para factorizar polinomios hay varios casos, en esta guía analizaremos algunos de ellos.

**Primer Caso:Factor común monomio**: Es aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma. Así, la propiedad distributiva dice:



Pues bien, si nos piden factorizar la expresión *ax+ay*, al observar que “a” es factor común, basta aplicar la propiedad distributiva y decir que:



Cuando nos piden sacar factor común o simplemente factorizar y hay coeficientes con factor común, se saca el máximo común divisor de dichos coeficientes.

**Ejemplo**: Si nos piden factorizar la expresión , será:



Donde 6 es el máximo común divisor de 36, 12 y 18



Para comprobar si la factorización se ha hecho correctamente, basta efectuar la multiplicación indicada aplicando la propiedad distributiva del miembro derecho de la igualdad, y nos tiene que dar el mismo valor del miembro izquierdo.

**Ejemplo**: Factorizar Ordenando y aplicando “factor común” 



**Segundo Caso:Factor común por agrupación de términos**

**Ejemplo:**Factorizar*ax + bx + aw + bw* Agrupamos *(ax + bx) + (aw + bw*)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Factor común en cada binomio: *x(a + b) + w(a + b*)Factor común polinomio: *(a + b)* |  |  |  |
|  |  |  |  |
| Entonces: |  |  |  |

**Ejemplo**: Factor izar*2x2 - 4xy + 4x - 8y* Agrupamos *( 2x2 - 4xy ) + ( 4x - 8y )*

Factor común en cada binomio: *2x(x - 2y) + 4(x - 2y)*Factor común polinomio: *(x - 2y)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Entonces: |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Ejemplo**: Factor izar*2m+n + 8m+n + 2m8m + 2n8n*Agrupamos *( 2m+n + 2m8m ) + ( 8m+n + 2n8n )*

Factor común en cada binomio: *2m( 2n + 8m ) + 8n( 8m + 2n )*

Factor común polinomio: *( 2n + 8m*)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Entonces*: 2m+n + 8m+n + 2m8m + 2n8n = ( 2n + 8m )(2m + 8n)* |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Tercer Caso: Diferencia de Cuadrados**: Es igual a suma por diferencia de las raíces cuadradas. Se basa en la siguiente fórmula:



Pero aplicando al revés, o sea que si me dicen que factor ice escribo



**Ejemplos**: Factor ice:



**Cuarto Caso:Trinomio Cuadrado Perfecto**: Es igual al cuadrado de un binomio se basa en las siguientes fórmulas:

***y***



Si nos piden quefactor icemos: basta aplicar la formula anterior.



**Ejemplo**: Factorice Primero ordenar:



Luego sacar raíces cuadradas de sus extremos y verificamos que el término central del trinomio sea igual al doble de las raíces cuadradas encontradas, copiando el segundo signo del trinomio, entre paréntesis elevando al cuadrado**:**

**Ejemplo**: a)





b)



c)



**Quinto Caso:Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción**

Ejemplo: **Factor izar*x4 + 3x2 + 4***

Raíz cuadrada de ***x4*** es ***x2***

Raíz cuadrada de **4**es **2**

Doble producto de la primera raíz por la segunda: *2(****x2****)(****2****) =* ***4x2***

El trinomio ***x4 + 3x2 + 4*** no es trinomio cuadrado perfecto, entonces:

**= *x4 + 3x2 + 4***

***+  x2- x2***Se suma y se resta ***x2***

**----------------------------------------**

***=(x4 + 4x2 + 4) - x2***Se asocia convenientemente

***=(x2 + 2)2 - x2***Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

***=*[*(x2 + 2) - x*] [*(x2 + 2) - x*]**Se factor iza la diferencia de

                                         cuadrados

***=(x2 + 2 + x) (x2 + 2 - x)***Se eliminan signos de agrupación

***=(x2 + x+ 2) (x2 - x + 2*)** Se ordenan los términos de cada factor.

R. ***x4 + 3x2 + 4 = (x2 - x+ 2) (x2 - x + 2*)**

**Sexto caso: de la Forma**  Este se descompone en dos factores binomios, cuyo primer término es la raíz cuadrada del primer término del trinomio, luego en el primer factor binomio se copia el signo del segundo término del trinomio y en el segundo factor binomio se escribe el signo resultante del producto de los dos signos del segundo y tercer término del trinomio.



Luego se buscan dos números que multiplicados den el tercer término del trinomio y que sumados o restados den el segundo término del trinomio. Copiando en el primer factor binomio el número mayor de estos y en el segundo el número menor.

**Ejemplos:** Factorizar: a)



De éste esquema de la fórmula general, se buscan los dos números ya descritos, que son



Entonces



b)



c)



**Septimo Caso: Trinomio de la Forma:** La diferencia con el trinomio anterior, es que este caso posee coeficiente diferente de uno en el primer término, por lo que multiplicaremos el trinomio por el coeficiente, dejando indicado el producto y al final dividiremos el trinomio por el mismo valor, para no alterar el trinomio, simplificando lo que sea posible.



**Ejemplo**: Factorizar:



**Octavo Caso: Para cualquier polinomio que tenga raíces enteras se puede aplicar la regla de Ruffini:** Decir que un polinomio tiene raíces enteras es encontrar valores de x, o números enteros, que al sustituirlos en el polinomio nos da cero.

Si un polinomio de, por ejemplo, cuarto grado: tiene cuatro raíces enteras, se factoriza así:



¿Cómo se obtienen las raíces? Por la regla de Ruffini

**Ejemplo**: Factorizar:



Se aplica la regla de Ruffini, probando los divisores del término independiente, en este caso 12. O sea que se prueba con: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12 y -12

Probemos con uno.

Se copian los coeficientes del polinomio:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |

Y se escribe en una segunda línea el número uno:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  |  |  |  |  |

El primer coeficiente se copia abajo en una tercera línea:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  |  |  |  |  |

1

Se multiplica ese coeficiente, uno (1), por el número que estamos probando, en este caso también uno (1), o sea uno por uno = uno (1). Este uno se escribe debajo del siguiente coeficiente, o sea del 4.



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  | 1 |  |  |  |

1

Se suma 4 + 1 = 3:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  | 1 |  |  |  |

1 3



Se multiplica 3 por 1 = 3 y se escribe debajo del siguiente coeficiente, 1:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  | 1 | 3 |  |  |

1 3



Se suma 3 1 = 4 y así sucesivamente:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  | 1 | 3 | 4 | 12 |

1 3 4 12 0



Como vemos la última suma ha dado cero. Eso quiere decir que uno es una raíz del polinomio y que nos sirve para factorizar.

Si hubiera dado distinto de cero habría que seguir probando los demás divisores de 12. Los coeficientes que han quedado en la última fila, en realidad son los coeficientes del cociente de dividir el polinomio entre y la última suma es el resto de dicha división.



Si escribimos la relación fundamental de una división entera, o sea que:



De hecho ya hemos factorizado el polinomio, pero el segundo factor de tercer grado hay que intentar seguir factorizando, de nuevo por la regla de Ruffini.

Aplicando sucesivas veces esta regla queda:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 4 | 1 | 16 | 12 |
| 1 |  | 1 | 3 | 4 | 12 |
|  | 1 | 3 | 4 | 12 | 0 |
| 2 |  | 2 | 2 | 12 |  |
|  | 1 | 1 | 6 | 0 |  |
| 2 |  | 2 | 6 |  |  |
|  | 1 | 3 | 0 |  |  |

Como las raíces son: 1, 2 y –2 y el último cociente es La factorización final es:



Si en las sucesivas pruebas no encontramos ningún resto cero, quiere decir que el polinomio no se puede factorizar dentro de los números reales.

Muchas veces se pueden combinar estos cinco métodos. Según como sea el polinomio hay métodos que se pueden aplicar y otros que no. Se aconseja que se intenten aplicar los cinco métodos sucesivamente, sobre todo, si se puede sacar factor común se hace en primer lugar, y si luego en uno de los factores se puede seguir aplicando otros de los métodos, se aplica.

**Ejemplos: Factorizar** los siguientes polinomios:

**1)**



Podemos aplicar el primer método, o sea sacar factor común



El segundo factor, o sea el paréntesis, es un trinomio de segundo grado y cuadrado perfecto. Se puede factorizar por el tercero, cuarto o quinto método. Aplicando el tercero queda:



**2)**



Primero sacamos factor común:



Al paréntesis le podemos aplicar diferencia de cuadrados:



Y aún más, al segundo paréntesis le podemos volver a aplicar el segundo método:



El polinomio de segundo grado que queda en el tercer paréntesis no se puede factorizar. Si aprobamos el cuarto método, igualando a cero y resolviendo la ecuación queda:

Que no tiene solución real.



**3)**



Solo podemos aplicar el quinto método, o sea Ruffini:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 12 | 41 | 30 |
| 1 |  | 1 | 11 | 30 |
|  | 1 | 11 | 30 | 0 |
| 5 |  | 5 | 30 |  |
|  | 1 | 6 | 0 |  |

Finalmente obtenemos la solución:



**4)**



Primero sacamos factor común y luego tenemos:



**Noveno caso: Suma o Resta de cubos:**



Ejemplo:



En estos casos es de aplicar la formula de suma y diferencia de cubos y luego de aplicarla verificar si se puede seguir factorando.

**Décimo caso: Suma o diferencia de potencias iguales impares**

**Ejemplo**:Factorar*m5+ n5*

Dividiendo entre m + n, los signos del cociente son alternativamente + y -:

= m4 - m 3n + m2n2 – mn3 + n4



Luego: R. m5+ n5= (m + n)( m4 - m 3n + m2n2 – mn3 + n4).

**Ejemplo:** Factorar*x5 +32.*

Esta expresión puede escribirse x 5+ 25. Dividiendo por x + 2, tenemos:

= *x4 - x3 (2)+ x2 (2)2-x(2)3 +24*



O sea = *x4 - 2x3 + 4x2 -8x +16*



Luego : R. *x 5+ 25*= *(x +2)(x4 - 2x3 + 4x2 -8x +16*).

**Actividad 1**Factorizar y simplificar

1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



18) R.



19) *m2 + 2mx + R.*



20) 1 - R.



21*) c4- 4d4 R.*



22) 2*- (b + c)2 R.*



23) 4 6 - 1 R.



24) *x3- 64* R.



25) ax +a – x - 1 R.



*“Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, que la electricidad y que la energía atómica. Esa fuerza es la voluntad.” Albert Einstein*

**Guía de estudio No. 4.6**

*“Aquello que habita en el pasado y aquello que habita en el futuro, es sólo una pequeña cosa, comparado con aquello que habita dentro de nosotros." R W Emerson*

**Tema: OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS.**

Una **fracción algebraica** es una expresión fraccionaria en la que numerador y denominador son expresiones algebraicas.

**Suma y resta de fracciones algebraicas**

Las reglas de la aritmética para sumar y restar fracciones, son aplicables a las fracciones algebraicas. Las fracciones que se combinan para la adición o sustracción, deben tener el mismo denominador. Los numeradores se combinan entonces de acuerdo las operaciones indicadas y el resultado se coloca sobre el denominador. Por ejemplo, en la expresión:



El segundo denominador será el mismo que el primero, si se cambia su signo. El valor de la fracción permanecerá igual si el signo del numerador se cambia también, entonces tenemos esta simplificación:

**Ejemplo:**



**Multiplicación de fracciones**

La multiplicación de fracciones que contienen polinomios, es similar a la multiplicación de fracciones que contienen sólo números aritméticos.

**Ejemplo:**



**División de fracciones**

Las reglas de la aritmética se aplican a la división de fracciones algebraicas; igual que en aritmética, simplemente se invierte el divisor y se multiplica, así:

**Ejemplo:**



**Actividad 1**

Resolver las operaciones indicadas

1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



1. R.



**Actividad 2**

Resolver los siguientes ejercicios de suma y resta de fracciones algebraicas:

1. R.



2. R.



3. R. 5/6



4. R.



5. R.



6. R.



7. R.



8. R.



9. R.



10. R.



**Actividad 3**

Realizar los ejercicios de multiplicación y división.

1. R.



2. R.



3. R.



4.R.



5. R.



6. R.



7. R.



8. R.



9. R.



10. R.



*“El destino mezcla las cartas, y nosotros las jugamos". A Schopenhauer*

**Guía de Estudio No. 4.7:**

*“Reflexiona con lentitud, pero ejecuta rápidamente tus decisiones” Sócrates*

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIONES ALGEBRAICAS**

Las fracciones constituyen una utilidad práctica en la vida ya que se necesita repartir o distribuir como un todo. Se hace necesaria la habilidad numérica y la lógica en el pensar cómo enfrentar el problema.

**Ejemplos:**  
1) A tenía cierta suma de dinero. Gastó Q30.00 en libros y los de lo que le quedaba después del gasto anterior, lo gastó en ropa. Si le quedanQ30.00 ¿cuánto tenía al principio?



Solución: *X*= la cantidad de dinero que tenía al inicio

Gastó Q 30.00en libros; Le quedó: Gastó en ropa:



Y todavía le queda: Q30.00



**Actividad 1**

Realizar los siguientes ejercicios.

1)En tres días un hombre ganó Q185.00Si cada día ganó los de lo que ganó el día anterior, ¿cuánto ganó en cada uno de los tres días? R Primer día Q 80.00 segundo día Q 60.00y tercer díaQ45.00



1. La suma de la tercera y la cuarta partes de un número, equivale al duplo del número disminuido en 17. Hallar el número. R. 12



1. Un hombre vende de su finca, alquila y lo restante lo cultiva. ¿Qué porción de la finca cultiva? R



1. Si tengoQ25.00 y hago compras por los de esta cantidad, ¿cuánto debo? R.Q5.00



1. Una señora tenía en un recipiente 8 tazas de leche. Utilizó tazas para hacer un pastel y tazas para hacer un flan. ¿Cuántas tazas de leche le quedaron? R



*“Los hombres grandes son aquellos que sienten que lo espiritual es más poderoso que cualquier fuerza material, y que son las ideas las que rigen al mundo” Emerson*

**UNIDAD 5**

*“Cuando la determinación por triunfar es lo suficientemente fuerte,*

*el fracaso jamás te alcanzara”.Anónimo*

**PROPORCIONALIDAD**

**Objetivo de la unidad:** Que el estudiante establezca la diferencia entre proporcionalidad directa e inversa según su aplicación, en la resolución de problemas.

**Guía de estudio No. 5.1**

**RAZONES Y PROPORCIONES**

**Conceptos**

**Una Razón:** Es el cociente entre dos números. También se define como la comparación de 2 números o dimensiones. Esta fracción se puede representar de varias formas:

, ,8/5,8:5, y se lee la razón de 8 a 5 . .



En una razón o comparación, deben escribirse ambas cantidades en la misma unidad de medida.

**Ejemplo No.1:** Escribir la razón (para comparar) 45 minutos con 2 horas:

2 horas = 120 min. ;la razón es , la razón es de 3 a 8.



**Ejemplo No.2**: ¿Cuál es la razón entre la altura de una casa de 10 metros y la altura de su maqueta de 20 cm?

10m = 10•100 = 1000 cm; ,la razón es de 50 a 1.



**Una proporción:** Es la comparación de dos razones equivalentes.

En una razón, a la cantidad “a” se le denomina “antecedente” y a la cantidad “b” se le llama “consecuente”.

Una proporción se puede representar así: = y también y se lee “a” es a “b”, como “c” es a “d”, y debe cumplirse que y también se cumple que el producto de medios es igual al producto de extremos, siempre que b ≠ 0; d ≠ 0.



**Ejemplo 1:** Una inversión de Q3324.00, produce Q277.00 en concepto de intereses en un año. ¿Cuánto producirán Q3780.00 a la misma tasa en el mismo tiempo?

1ª forma de efectuarlo: *x* = Q.315.00

2ª forma de efectuarlo: 



**Ejemplo 2**: Un vehículo recorrió 255 km. en 3 horas. ¿Cuánto recorrerá en 5 horas, a la misma velocidad?

1ª forma de efectuarlo*: x* = distancia a recorrer en 5 horas (producto de medios = producto de extremos)



2ª forma de efectuarlo: 



**Ejemplo 3**: Un lápiz de 25 cms. de longitud, proyecta una sombra de 4cms. ¿Cuánto mide un árbol (de alto) que a la misma hora (y en el mismo lugar) proyecta una sombra de 1.2 m?



**NOTA:** Por considerarlo de interés para los alumnos y oportuno, como complemento de “razones y proporciones”, se incluye una breve explicación y ejemplos ilustrativos de “regla de tres simple o directa”, “regla de tres inversa” y “regla de tres compuesta” así como porcentajes, considerándose matemáticamente como “aplicaciones de la proporcionalidad”:

**Regla de Tres**: Es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción, cuando se conocen tres de ellos.

Es conveniente conocer la “regla de tres simple inversa”, así como la “regla de tres compuesta”, pues son de sencillo manejo y pueden utilizarse para la resolución de problemas cotidianos, de manera efectiva.

**Ejemplos resueltos con regla de tres simple:**

**1**) Calcule el precio de un rollo rectangular de tela que mide 1.80m de ancho por 12.5m de largo, si se vende a Q200.00 /m2.

Área del rollo de tela =1.8•12.5 = 22.5m2

Regla de 3 (se ubican las cantidades, haciendo coincidir los datos homogéneos o de la misma familia, verticalmente, así)



1 200

22.5 *x*



R. el rollo cuesta Q. 4500.00

**2**) ¿Cuánto costarán 250 camisas, si por Q512.00 me dieron 16 camisas?

Camisas Costo “Q” *X*= 250•512 = Q 8000.00

16 512 16

250 *x*

R. El resultado de operar, da como respuesta el costo de Q 8,000.00

**3**) Si 28 mandarinas cuestan Q 42.00, ¿cuánto costarán 100 mandarinas?

Mandarinas Costo “Q”

28 42

100



R. Q.150.00



**Explicación de resolución de problemas, aplicando regla de tres inversa:**

Esta regla se aplica, cuando se trata de rendimientos, trabajadores y tiempos, en donde al comparar personas, para un mismo trabajo, menos personas que la base se tardarán más y la relación de personas se coloca como factor en el numerador y más personas que la base, se tardarán menos, por lo que la relación de personas, se coloca como factor en el denominador.

**Ejemplos ilustrativos**:

**1)** Si 6 albañiles hacen una obra en 75 días, ¿cuánto tiempo se tardarán 15 albañiles en hacer la misma obra?

Albañiles Días

6 75 Se deduce o razona que un albañil, al compararlo con

1 75•6 los 6 albañiles, de base, se tardará 6 veces más, por lo

que se coloca como factor en el numerador.

15 75•6/15 = 30 días 15 albañiles, en relación a 1 solo albañil, se tardarán

15 veces menos, por lo que esta cantidad se coloca

como factor en el denominador. El resultado de las

operaciones es de 30 días. R. 30 días

**2)** 20 costureras cosen un pedido de manteles en 18 días. ¿Cuántas costureras tendremos que contratar para un pedido igual, si nos dan un plazo de 8 días para entregarlo?

Días Costureras Al comparar 1 día de plazo con los dieciocho días de plazo

18 20 base, concluimos que se necesita contratar a 18 costureras

1 20•18 mas, por lo que esta cantidad se coloca como factor en el

numerador.

8 20•18/8 = 45 costureras. Al comparar el plazo de 8 días con el de 1 día para la

entrega, concluimos que se necesitan contratar 8 veces

menos costureras, por lo que esta cantidad la colocamos

cómo factor en el denominador. El resultado final es

que se necesita contratar a 45 costureras. R. 45 costureras

**3)** Para fabricar un pedido de pasteles, 6 panaderos se tardan 25 horas. ¿Cuántas horas se tardaran para el mismo pedido únicamente 4 panaderos?

Panaderos Tiempo en h.

6 25

1 25•6

4 25•6/4 =37.5 hrs.

**Regla de tres compuesta:**

En las “reglas de tres, directa e inversa,” se trabaja con tres valores conocidos y una incógnita y se opera con 2 columnas verticales y la recomendación es “pasar” por la unidad.

Existen varios métodos que toman en cuenta en cada paso, la comparación de cada una de las magnitudes con la incógnita correspondiente (suponiendo que las demás no varían o son fijas, en ese paso), para evaluar si son directa o inversamente proporcionales con la incógnita.

**Ejemplos de aplicación de problemas que se resuelven por regla de tres compuesta:**

**1**) Si una gallina pone 2 huevos en 3 días, ¿cuántos días necesitarán 4 gallinas para poner 2 docenas?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Gallinas | Huevos | Días |  |
| 1 | 2 | 3 | Datos |
| 4 | 24 | ? | Incógnitas |
| 4 |  | 3 | Dejamos fijo el tiempo |
| 4 |  |  | Dejamos fija las gallinas |
| 1 | 24 |  |  |
| 4 | 24 |  |  |

R. 4 gallinas ponen 24 huevos en 9 días

1. Un ejército de 1,600 hombres, tienen víveres para 10 días a razón de 3 raciones diarias por cada hombre. Si se refuerza con 400 hombres más, ¿cuántos días durarán los víveres si cada uno toma 2 raciones diarias?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Hombres | Raciones/d | Días |  |
| 1600 | 3 | 10 | datos conocidos |
| 2000 | 2 | ? | Incógnitas |
| 2000 | 3 | 80 | Dejamos fijas las 3 raciones (si se reducen los hombres, |
| 2000 | 3 | 8 | Disinuyen los días, si disminuyen las raciones aumentan |
| 2000 | 1 | 24 | Los días) |
| 2000 | 2 | 12 | Soluciòn Final |

Respuesta 12 días

**3)** Durante 5 días, 10 hombres trabajan 4 horas diarias para, cavar una zanja de 10m. de largo por 6m. de ancho y por 4m de profundidad. ¿Cuántos días necesitarán 6 hombres trabajando 3 horas diarias, para cavar otra zanja de 15m. de largo por 3m. de ancho y 8m. de profundidad, en un terreno de doble dificultad?

1ª Zanja: 10•6•4 = 240m3 • dificultad1 = 240m3  Jornada: horas/día

2ª Zanja: 15•3•8 = 360m3• dificultad 2 = 720m3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Días | Homb | Jornada  h/día | rendimiento  m3 zanja |  |
| 5 | 10 | 4 | 240 | datos del problema |
| ? | 6 | 3 | 720 | Incógnitas |
| 20 | 10 | 1 | 240 | dejamos fijos los hombres y el volumen; |
| 20 | 10 | 3 | 3•240=720 | dejamos fijos los hombres y los días |
| 10•20=200 | 1 | 3 | 720 | dejamos fijos el volumen y la jornada |
| 200/6=33 1/3 | 6 | 3 | 720 | solución final: |

R. se necesitan 33 1/3 días.

**4**) Tres albañiles trabajando 8 horas diarias construyen un muro de 30m. de largo en 10 días. ¿Cuántos días necesitarán 5 hombres trabajando 6 horas diarias para construir 60m. de largo del mismo tipo de muro?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Alb. | Jornada  h/día | longit  Muro | Días |  |
| 3 | 8 | 30 | 10 | datos conocidos; |
| 5 | 6 | 60 | ? | incógnitas; |
| 6 | 8 | 60 | 10 | dejamos fija la jornada y la duración |
| 2 | 24 | 60 | 10 | dejamos fija la longitud y la duración |
| 8 | 6 | 60 | 10 | dejamos fija la longitud y la duración |
| 1 | 6 | 60 | 8•10=80 | dejamos fija la jornada y la longitud del muro |
| 5 | 6 | 60 | 80/5=16 | solución final: se necesitan 16 días. |
|  | | | | |

**PORCENTAJES:**

Si una cantidad se divide en 100 partes iguales, cada una es uno por ciento de dicha cantidad. El símbolo % significa porcentaje, por ciento, por cada 100, centésimos, etc.

Un porcentaje puede expresarse como fracción o como decimal, así: 35% = 35/100 = 0.35

El cálculo de %, el cual siempre es directamente proporcional, generalmente se efectúa aplicando la regla de tres simple y directa, o por multiplicación del decimal equivalente, o utilizando lo estudiado de razones y proporciones.

**Ejemplos ilustrativos:**

1. En una elección escolar con 850 estudiantes, Juan obtuvo 289 votos, ¿qué % representa del total?

Procedimiento

a) Por regla de tres simple: 850------100% x = 

289------ x

Procedimiento

b) Por razones y proporciones: 850:100::289: x  100∙289=850∙x x = 34%

  x = 

1. Calcular el % que representa 300, de 1000:

a) Por regla de tres simple, directa: 1000----100% x = 

300---- x

b) Por razones y proporciones: 1000:100::300: x x = 

1. Calcular el IVA de Q.150.00:

a) Por multiplicación directa: 150 x 0.12 = Q.18.00

b) Por regla de tres: 100-----12 x = 

150----- x

c) Por razones y proporciones: 100:12::150: x x = 

**Actividad 1**

1) En el año 2011, la asistencia a una actividad ecológica anual fue de 420 personas y en el presente año fue de 567. Calcular: a) el % en que aumentó la asistencia de enero. b) Con esa tendencia de aumento, ¿qué cantidad de participantes esperamos el próximo año?

R. a) 35%, b) 766 participantes

2) Un terreno de 160,000 m2 está sembrado de trigo, avena y sorgo. El 60% de trigo, el 25% de avena y el resto de sorgo. ¿Cuántos m2 están sembrados de cada producto?

R. Trigo: 96,000 m2; Avena: 40,000 m2; Sorgo: 24,000 m2

3) El propietario de una granja, contrata a un comisionista para que le promocione la venta. El indica que el precio unitario de la vara cuadrada es de Q 55.00 y que acepta una variación para rebajar hasta un 4%, y de aumento hasta el 5%. Calcular el rango del precio unitario, autorizado al comisionista. R. Mínimo: Q52.8 y Máximo: Q57.75

4) Un comerciante compra artículos de Q250.00 c/u. ¿En cuánto tiene que venderlos para obtener una ganancia del 25%? R. Q312.50

*“Si una persona es perseverante, aunque sea dura de entendimiento, se hará inteligente y aunque sea débil se transformará en fuerte” L. Da Vinci*

**Guía de estudio No. 5.2**

*“Yo conocí todo lo que se ve y lo que está oculto, porque la Sabiduría lo hizo todo” Sabiduría 7:21*

**Tema: PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y SU APLICACIÓN EN LA**

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Dos magnitudes son directamente proporcionales, cuando al aumentar una, la otra aumenta proporcionalmente; o al disminuir una, la otra disminuye proporcionalmente. Es decir que: “Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda respectivamente, multiplicada o dividida por el mismo número”.

Ejemplos de magnitudes directamente proporcionales:

a) La distancia recorrida por un auto y la gasolina empleada.

b) El tiempo caminado y la distancia recorrida.

d) El capital prestado y el interés que hay que pagar.

e) La electricidad consumida y el precio a pagar.

f) El peso del algodón o café cortado por un obrero y el salario que recibe.

**Proporción directa:**

Dos magnitudes son directamente proporcionales, si al variar una (doble, triple, mitad, etc.,) la otra varía igual (doble, triple, mitad, etc.,). Escritura de una proporción geométrica: 

Ejemplo: Si un litro de aceite cuesta Q.3.00 entonces 2 litros de aceite costarán Q.6.00, 3 litros Q.9.00, 4 litros Q.12.00, y así sucesivamente. Es decir, si compramos el doble de litros, nos costará el doble de dinero.

**Ejemplo 1:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| No. de ramos | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 |
| No. de rosas | 12 | 24 | 36 | 60 | 84 |

**Ejercicios:**

Completar las tablas siguientes:

a)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Longitud (m) | 1 | 2 | 50 |  |  |
| Precio (Q) | 5 |  |  | 500 | 800 |

b)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tiempo (h) | 1 | 2 | 4 |  |  |
| Longitud (Km) |  | 120 |  | 300 | 1,200 |

R. a) 10, 250, 100,160 b) 60, 240, 5,20

**Problemas de aplicación:**

1. Juan emplea 75 gramos de arroz por persona para hacer una paella, expresar en una tabla de proporcionalidad directa el arroz que haya que utilizar para dos personas, para tres, …hasta 10 personas.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| No. De personas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Gramos arroz | 75 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

R. 150, 225, 300, 375, 450, 525, 600, 675, 750.

1. Inés ha comparado sus pasos con los de su padre, y ha comprobado que dos pasos de su padre equivalen a tres de los suyos. Hacerlo con una tabla de proporcionalidad y razonar las respuestas.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Pasos del padre | 2 | 4 | 6 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| Pasos de Inés | 3 |  |  |  |  |  |  |

R. 6, 9, 12, 18, 24, 30.

**Relación entre dos razones: **

**Ejemplo:**

1. Para celebrar el día de la Independencia en nuestra clase, Miguel trajo 3 pasteles iguales y contó que utilizó 12 huevos para hacerlos.

Si nosotros quisiéramos hacer 5 pasteles iguales, ¿cuántos huevos necesitaríamos? Y si tuviéramos 28 huevos ¿cuántos pasteles podríamos hacer?

→ No. de pasteles x 4 = No. de huevos



R: 20,7

Leer cuidadosamente el problema y llenar la siguiente tabla

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| No. de pasteles | 5 |  |  |  |  |  |
| No. de huevos |  | 28 |  |  |  |  |

**Actividad 1**

1) Si 5 libras de azúcar cuestan Q.0.75. ¿cuánto costarán 13 libras? R. 1.95

2) 8 hombres hacen una pared en 10 días. ¿Cuántos días tardarán en hacer la misma pared 12 hombres? R.



3) El radio de la Luna es los 3/11 del radio terrestre y el diámetro del Sol es igual a 108 diámetros terrestres. ¿Cuál es la razón geométrica entre los radios de la Luna y el Sol? R.



4) Si en una relación geométrica entre dos números cuya suma es 65, al menor se le suma 17 y al mayor se le resta 17, la relación primitiva se invierte. ¿Cuál es el menor de dichos números? R. 24

5) En una proporción geométrica la suma de los extremos es 20 y su diferencia es 16. ¿Cuáles son los números? R. 18y2

**Guía de estudio No. 5.3**

*“La vida sería difícil si todo se recordase. El secreto está en elegir lo que debe olvidarse”.*

**Tema: PROPORCIONALIDAD INVERSA Y SU APLICACIÓN EN LA**

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar el valor de una variable la otra disminuye y viceversa proporcionalmente. En las magnitudes inversamente proporcionales el producto de las variables permanece constante.

**Magnitudes inversamente proporcionales:**

* El número de obreros empleado y el tiempo necesario para hacer una obra.
* Los días de trabajo y las horas diarias que se trabajan.
* La longitud con el ancho y la altura; y en general cualquier dimensión de un cuerpo.
* La velocidad de un móvil, con el tiempo empleado en recorrer un espacio.

**Ejemplo de proporción inversa:**

**1ra. 3ra.**

3 hombres hacen una obra en 8 días 3 = 4 ó 6 = 8

6 hombres harán la misma obra en 4 días 6 8 3 4

**2da. 4ta.**

**Actividad 1**

A continuación, se tiene un cuadro con el número de trabajadores realizando la misma obra, en diferente número de días.

**1**. Completa el cuadro:

|  |  |
| --- | --- |
| No. de trabajadores | No. de días |
| 1 | 120 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | 30 |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

1. Responde las siguientes preguntas observando el cuadro anterior:

**a)** Cuando el número de trabajadores se duplica, ¿qué ocurre con el número de días?

R. se reduce a la mitad

**b)** Cuando el número de trabajadores se triplica, ¿qué ocurre con el número de días?

R. se reduce a la tercera parte

**c)** Cuando el número de trabajadores se reduce a la mitad, ¿qué ocurre con el número de días?

R. se duplica

**d)** Para cada par de valores de trabajador vrs. día, encuentra el producto de ellos (anótalos al lado de la tabla) ¿Es un valor constante ese producto? R. sí, el producto = 120

**e)** Las variables trabajador vrs. día ¿son directamente o inversamente proporcionales? ¿Por qué?

R. inversamente proporcionales

**Actividad 2**

Efectuar los siguientes ejercicios de aplicación:

**1)** Para un viaje pedagógico, los 30 alumnos del 7mo. año arrendaron un bus y cada uno de ellos deberá cancelar Q 250.00. Si deciden ir solamente 25 alumnos ¿cuánto deberá cancelar cada uno de ellos por el bus? R. Q300.00 c/u

**2**) Entre 4 personas pintan una casa en 3 días. ¿Cuántas personas se necesitan para realizar el mismo trabajo en 2 días? R. 6 personas

*“La mejor manera de mejorar el nivel de vida consiste en la mejora de los patrones de pensamiento” Anderson*

**Guía de estudio No. 5.4**

*“Si quieres triunfar, no te quedes mirando la escalera. Empieza a subir, escalón por escalón, hasta que llegues arriba.” Anónimo.*

**REPARTO PROPORCIONAL DIRECTO E INVERSO**

El reparto proporcional es una operación que consiste en dividir un número en partes proporcionales a otros números dados.

Se dice que unos números son proporcionales a otros, cuando los primeros forman con los segundos una serie de razones iguales. Así, los números 12, 20 y 32 son proporcionales a 3, 5 y 8 porque se tiene:



**Propiedad fundamental de toda serie de razones.**En toda serie de razones iguales, la suma de los antecedentes, dividida entre la suma de los consecuentes, es igual a cada una de las razones propuestas.De esta forma, y utilizando las razones anteriores:



Es decir,



**Reparto proporcional directo**. En el reparto proporcional directo, las partes que se buscan son directamente proporcionales a los números dados.

**Ejemplo Ilustrativo 1:** Repartir entre Juan, Sergio y Andrés en forma directamente proporcional, la suma de Q 720.00 proporcionalmente a los meses que llevan laborando en la oficina. Cada uno de ellos tiene 3, 6 y 9 meses, respectivamente.

Solución**:**  Los números 3, 6 y 9 representan las partes que corresponden a cada persona, cuando se reparten $18, o sea, la suma de los números (3 + 6 + 9).

Si representamos por *x*, *y*y*z* las partes que se buscan, y aplicamos la propiedad fundamental de las razones iguales, se tiene:



De donde:



Comprobación: 120 + 240 + 360 = 720.

Por lo tanto, para dividir una cantidad en partes directamente proporcionales a varios números, se le divide entre la suma de esos números, y se multiplica el cociente por cada uno de los números dados.

**Algunas observaciones.**

1. Siempre que sea posible, hay que simplificar los números que representan la proporcionalidad, pues el resultado es el mismo y los cálculos son más fáciles. De esta manera, en el ejemplo anterior, en lugar de tomar 3, 6 y 9, será más fácil hacer los cálculos con 1, 2 y 3, que resultan de dividir aquellos, entre 3.
2. Si los números dados son fraccionarios, se reducen éstos al mismo denominador, y después se hace el reparto proporcionalmente a los numeradores. Así, si los números fueran: 1/2, 2/3 y 3/4, se reducirían éstos al mismo denominador, o sea el 12 (pues es el mínimo común múltiplo). Los resultados de la conversión, 6/12, 8/12 y 9/12 se reemplazan por los numeradores 6, 8 y 9 que les son proporcionales.

**Reparto proporcional inverso.***En este reparto, las partes que se buscan son proporcionales a los recíprocos de los números dados*.

**Ejemplo Ilustrativo:** Repartir una herencia de Q18,300 entre tres herederos de 10, 12 y15 años, respectivamente, en partes inversamente proporcionales a sus edades.

Solución**.** Los inversos de 10, 12 y 15 son:



Reducidos al mismo denominador, se tiene:



Tomando en cuenta la observación 2 anterior y el procedimiento del reparto proporcional directo, se tiene:



Comprobación: 7 320 + 6 100 + 4 880 = 18 300

**Clasificación de los repartos proporcionales (variación proporcional)**

* En un reparto proporcional, tenemos una cantidad a repartir en proporción a determinados elementos dados.
* Para repartir puede ser que se tome en cuenta sólo un elemento, en este caso el reparto es **simple**.
* Si se toman más elementos, se dice que el reparto es **compuesto.**
* En ambos casos, los elementos pueden estar en proporción **directa o inversa** a la cantidad que se va a repartir. Esta relación es muy importante para hacer los cálculos relativos.
* Pueden existir repartos **mixtos,** esto quiere decir que tienen elementos directos o inversos. .

**Repartos directos**

Se presenta este caso cuando los elementos están en forma directa en relación con la cantidad a repartir.

Ejemplos: Repartir un premio en proporción a calificaciones obtenidas; repartir según el lugar en que quedaste en una prueba deportiva: la depreciación proporcional al valor de los activos; una gratificación en proporción a la venta de un producto.

**Ejemplo 1:**

Se desea repartir la cantidad de $12,000 de gratificación entre departamentos de una tienda, en proporción a la productividad. El primer departamento (M) produjo $20,000, el segundo (N) $40,000 y el tercero (O) $60,000.

**Solución:**

Sea: *M* = gratificación al primer departamento

*N* = gratificación al segundo departamento

*O* = gratificación al tercer departamento



Como las gratificaciones son directamente proporcionales a la productividad, tenemos

🡪



🡪



Se sustituye el valor de 

Lo que nos da



El valor de x es el factor de reparto que corresponde a cada elemento. Si salen decimales multiplica los valores redondeados, para asegurarse de tener resultados más completos.

## Repartos Inversos:

## Los casos pueden tener uno o más elementos, pero en proporción inversa a la cantidad a repartir.

**Ejemplo ilustrativo4:**

Un despacho de contadores repartió Q35,500 a sus 3 secretarias, con la finalidad de incentivarlas, otorgando un bono en proporción inversa a los días faltados en el año: Alicia faltó 5 días, Carmen faltó 3 días y Nidia 7 días. ¿Cuánto recibió cada una de ellas?

Solución:

Sea: *A* = gratificación a Alicia

*C* = gratificación a Carmen

*N* = gratificación a Nidia



Como las gratificaciones son inversamente proporcionales a la productividad



## 

## Repartos Mixtos:

En algunos casos, se presentan elementos inversos con elementos directos, en los cuales se nos indicarán las condiciones del reparto y lo haremos por separado, para las partes directas y las partes inversas.

**Ejemplo ilustrativo5:**

Se incendió una fábrica de 720ocasionando pérdidas por $1’000,000 en proporción directa a los metros cuadrados ocupados por tres áreas departamentales y en proporción inversa a las mercancías salvadas. El total de las pérdidas, se le aplica en un 35% a la superficie y a las mercancías en un 65%.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Departamento | Superficie en metros | Mercancía salvada |
| M | 240 | Q 40,000 |
| N | 180 | Q 60,000 |
| O | 320 | Q 50,000 |

**Solución:**

(35%) (65%)

Pérdidas por superficie: Q350,000 Pérdidas por mercancía: Q 650,000

|  |  |
| --- | --- |
| Superficie: proporción directa | Mercancía recuperada: proporción inversa |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Departamento | Superficie | Mercancía | Total |
| M | 240*x* = Q113,513.51 | Q263,513.51 | Q377,027.02 |
| N | 180*x* = Q 85,135.14 | Q175,675.68 | Q260,810.82 |
| O | 320*x* = Q151,351.35 | Q210,810.81 | Q362,162.16 |
| **Total de las pérdidas** | **Q 350,000** | **Q650,000** | Q$**1’000,000.00** |

**Actividad1:**

1. El Sr. Dueñas gerente de la empresa “Estaquitas SA” va a repartir un premio de Q40,000 entre sus empleados en proporción directa su productividad sobre la siguiente base:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **EMPLEADO** | **Productividad (lotes)** | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Juan Pérez | 310 |
| Luis Sánchez | 415 |
| Carlos Flores | 250 |
| Paola Santos | 125 |

R. Juan Pérez Q11,272.73 Luis Sánchez Q15,090.91Carlos Flores Q9090.91 Paola Santos

Q4,545.45

1. Una empresa establece un premio de $16,600 entre cinco empleados sobre la siguiente base:

El empleado que más faltas de asistencia tenga, le debe corresponder la menor parte del

premio.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **EMPLEADO** | **Faltas de asistencia** | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Juan Pérez | 6 |
| Luis Sánchez | 3 |
| Carlos Flores | 5 |
| Josefina Ríos | 2 |
| Paola Santos | 1 |

R. J. P. Q1,257.58, L.S. Q2,515.15, C.F.Q1,509.09, J.R.Q3,772.73, P.S. Q7,545.45

1. Una constructora va a repartir un premio de $6000 en proporción inversa al trabajo defectuoso que tenga cada uno de ellos durante un mes, con los datos que se presentan a continuación:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **OBRERO** | **Trabajo defectuoso (piezas)** | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Juan Pérez | 700 |
| Luis Sánchez | 350 |
| Carlos Flores | 140 |

R. J.P. Q750.00, L.S. Q1500.00 C.F. Q3,750.00

1. La industria “Maquilas de Oriente” S. A. de C. y. va a repartir un bono $21 600.00 entre los empleados para incentivar la puntualidad, por la distribución será en proporción a los retardos que tengan durante los últimos 5 meses, bajo las siguientes bases:

a) Si algún empleado tiene más de cinco retardos no le toca bono.

* + 1. En caso de que algún empleado tenga cero retardos, a éste le corresponde la mitad del bono y la otra mitad se reparte en proporción inversa con los demás empleados.
    2. Si hay más de un empleado con cero retardos, el bono se reparte en partes iguales entre ellos y el resto de los empleados no recibe bono.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **EMPLEADO** | Retardos | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Juan Pérez | 4 |
| Luis Sánchez | 6 |
| Mary López | 3 |
| Albertina Díaz | 8 |
| Carlos Flores | 7 |
| Paola Santos | 1 |

* 1. Respuestas Juan Pérez Q3,410.53 Mary López Q4,547.37 Paola santos Q13,642.11

Tomando como base el problema anterior, considera ahora que los retardos son los siguientes

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **EMPLEADO** | Retardos | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Juan Pérez | 7 |
| Luis Sánchez | 4 |
| Mary López | 3 |
| Albertina Díaz | 0 |
| Carlos Flores | 6 |
| Paola Santos | 1 |

R. Albertina Díaz Q10,800.00

**Guía de estudio No. 5.5**

*“Los grandes espíritus siempre han tenido que luchar contra la oposición feroz de mentes mediocres“ (Einstein*)

**PROPORCIONALIDAD COMPUESTA Y SU APLICACIÓN EN LA**

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**Algunos conceptos**

**Proporcionalidad compuesta**

Diremos que un problema es de proporcionalidad compuesta si intervienen tres o más magnitudes. Al intervenir más de dos magnitudes las relaciones proporcionales dos a dos de las magnitudes pueden ser distintas, es decir, si tenemos las magnitudes A, B y C, la relación proporcional entre A y B puede ser directa o inversa y entre B y C puede ocurrir lo mismo.

**Aplicaciones:**

**Ejercicio ilustrativo 1:** Para calentar 2 litros de agua desde 0°C a 20°C se han necesitado 1000 calorías. Si queremos calentar 3 litros de agua de 10°C a 60°C. ¿Cuántas calorías son necesarias?

Solución: En este problema intervienen 3 magnitudes, la cantidad de agua, el salto térmico y la cantidad de calorías. ¿Cuál es la relación entre las magnitudes?

Si se quiere calentar más cantidad de agua habrá que usar más calorías (relación directa). Si se quiere dar un mayor salto térmico habrá que usar más calorías (relación directa). Para resolver este tipo de problemas vamos a hacer un paso a la unidad, es decir, vamos a calcular cuántas calorías hacen falta para subir un grado, un litro de agua.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Litros de agua** | **Salto térmico** | **Calorías** |  |
| 2 | 20 | 1000 |  |
| 1 | 20 | 1000/2 =500 | Para calentar un litro de agua 20ºC hacen falta 500 calorías |
| 1 | 1 | 500/20=25 | Para calentar un litro de agua 1 grado hacen falta 25 calorías |
| 3 | 50 | 25·3·50=3750 | Luego para calentar 3 litros50ºC harían falta 3750 calorías |

**Ejercicio 2:**

En una mina, una cuadrilla de 4 mineros abren una galería de 110 metros de longitud en 12 días. Si otra cuadrilla tiene 12 mineros, ¿cuántos metros de galería abrirán en 38 días? R. 1045m.

**Ejercicio 3**: Tres  motores iguales funcionando 6 horas necesitan 9000 litros de agua para refrigerarse. ¿Cuántos litros de agua necesitan 5 motores funcionando 8 horas? R. 20,000litros

**Ejercicio 4**:     En una campaña publicitaria 6 personas reparten 5000 folletos en 5 días. ¿Cuántos días tardarán 2 personas en repartir 3000 folletos? R. 9 días

**Ejercicio 5**:    Con 12 kg de zanahoria, 9 conejos comen durante 6 días. ¿Cuántos días tardarán 4 conejos en comerse 8 kg de zanahoria? R.9 días

**Ejercicio 6:** Tres obreros trabajando 8 horas diarias, tardan en hacer un trabajo 15 días. ¿Cuántos días tardarán en hacer el trabajo 5 obreros trabajando 9 horas diarias? R. 8 días

**Ejercicio 7:** 10 hombres se comprometieron a realizar en 24 días cierta obra. Trabajaron 6 días a razón de 8 horas diarias. Entonces se les pidió que acabaran la obra 8 días antes del plazo que se les dio al principio. Se le colocaron más obreros, trabajaron todos 12 horas diarias y terminaron la obra en el plazo pedido. ¿Cuántos obreros se aumentaron? R. 2 obreros

**Ejercicio 8**: Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de Q. 20.00. Averiguar el precio del volumen vertido por 15 grifos abiertos 12 horas, durante los mismos días. R. Q40.00

**Tarea de Unidad 5**

1) 400 soldados tienen víveres para 180 días, si consumen 900 gr. por soldado y por día. Si reciben un refuerzo de 100 soldados pero no recibirán víveres antes de 240 días, ¿cual deberá ser la ración de un hombre por día para que los víveres alcancen? R.Q540.00 gr.

2) Nueve obreros se comprometen a realizar una obra en 24 días. Si después del cuarto día llegan 6 obreros más.¿Cuántos días antes del plazo terminaron? R.Q8 días  
  
3) Un grupo de 50 hombres pueden terminar una obra en 4 semanas. Al cabo de 4 días de trabajo se les junta un cierto número de obreros de otro grupo de modo que en 16 días terminaron lo que faltaba de la obra ¿cuántos obreros conformaban el 2do grupo? R.Q25 hombres  
  
4) Ocho obreros pueden hacer una obra en 20 días, después de 5 días de trabajo se retiran 3 obreros, ¿con cuántos días de atraso se entregará la obra? R. 9 días  
  
5) Quince obreros han hecho la mitad de un trabajo en 20 días, en ese momento abandonan el trabajo 5 obreros ¿cuántos días tardarán en terminar el trabajo los obreros que quedan? R.30días6)La suma de 2 números enteros y positivos es 2920 y se encuentran a razón de 5 a 3 ¿Cuáles son?

R.1,825 y 1095

7) Si 20 libras de azúcar cuestan Q 50.00, ¿Cuántas libras me darán por Q80.00?

R.32 libras

8) La empresa “Papas Buenas del Norte” va efectuar la participación de utilidades de los trabajadores. La Ley establece que el reparto consiste en el 10% de las utilidades gravable de la empresa (antes de pagar impuesto) y que éste se integra como sigue:

* + 50% tomando como base los días trabajados por cada trabajador (sólo aquellos que hayan trabajado 60 o más días)
  + 50% tomando como base los salarios devengados (salario nominal, sin considerar tiempo extra, gratificaciones, etc.)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Empleado** | Días trabajados | **Salario** | ¿Cuánto le corresponde a cada empleado, si las utilidades de la empresa fueron $3, 500,000.00? |
| Juan Pérez | 365 | Q 12,000 |
| Luis Sánchez | 320 | Q 75,000 |
| Karla Núñez | 300 | Q14,000 |
| Gabriela Sánchez | 365 | Q 16,000 |
| Jorge Cantú | 365 | Q 20,000 |
| Felipe Tovar | 42 | Q 2,300 |
| María López | 190 | Q 6,000 |
| Albertina Díaz | 120 | Q 16,000 |
| Carlos Flores | 30 | Q 3,000 |
| Cesar Costa | 180 | Q 7,000 |
| Paola Santos | 230 | Q 14,000 |

9) El señor Mauricio Garcés dejó una herencia de $3, 000,000 a sus 5 hijos con las siguientes condiciones:

1. El 25% de su fortuna se repartiría en proporción inversa a las edades de sus hijos.

R. C;Q110,221.38, E;Q137,776.73, B;Q148,374.94, L;Q160,739.52, M; Q192,887.42

1. El 50% se entregaría en proporción directa a las inversiones que tengan ellos al momento del deceso.

R.C;Q252,100.00, E;Q441176.47, B;Q176,470.58, L,Q504,201.68, M;126,050.42

1. Del 25% restante se repartirá el 60% a las mujeres y el 40% a los hombres por partes iguales.

R. C;Q100,000.00, E;Q100,000.00, B;Q100,000.00, L;225,000.00, M;Q225,000.00

En el momento de la muerte del Sr. Garcés la situación fue la siguiente:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Hijos** | **Edades** | **Inversiones** | ¿Cuánto le corresponde a cada uno? |
| Carlos | 35 | Q 200,000 |
| Ernesto | 28 | Q 350,000 |
| Braulio | 26 | Q 140,000 |
| Laura | 24 | Q 400,000 |
| Mariana | 20 | Q 100,000 |

10) Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m. ¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que faltan?

R.9 días

**UNIDAD 6**

*“Diseña hoy un futuro extraordinario, porque ahí pasarás el resto de tu vida”*

**ECUACIONES LINEALES Y CUADRATICAS**

**Objetivo de la unidad:** Preparar al estudiante para que sea capaz de resolver correctamente las ecuaciones lineales y cuadráticas, por los diferentes métodos existentes.

**Guía de estudio No. 6.1**

**Tema: PROPIEDADES DE LA IGUALDAD:**

**REFLEXIVIDAD, SIMETRIA Y TRANSITIVIDAD.**

**Introducción**

En general, una ecuación iguala dos expresiones algebraicas que son equivalentes y que pueden incluir una o más variables. Estas expresiones algebraicas pueden ser polinomios, expresiones racionales, expresiones numéricas, radicales y otros. En el caso de ecuaciones que se reducen a polinomios, el grado del mismo da nombre a la ecuación, es decir si la ecuación se reduce a un polinomio de grado 1, se dice que se tiene una ecuación lineal. Si es de grado 2, se dice que es una ecuación cuadrática, si es de grado 3, es una ecuación cúbica, etc.

**Igualdad:** Es la expresión en la que dos cantidades o expresiones algebraicas, separadas por el signo igual, tienen el mismo valor.

Ejemplos:



**Propiedades de la Igualdad:** Cuando se habla de igualdad en matemáticas, se establece una comparación de valores con el signo igual, que es el que separa al primer miembro del segundo.

Primer miembro = Segundo miembro

En la igualdad se dan tres propiedades; a saber:

**1.****Propiedad reflexiva:**establece que toda cantidad o expresión es igual a sí misma.

Ejemplos:



**2.****Propiedad simétrica:** consiste en poder cambiar el orden de los miembros sin que la igualdad se altere. Ejemplos:

Si 39 + 11 = 50, entonces 50 = 39 + 11

Si entonces



Si entonces



**3.****Propiedad transitiva:** enuncia que si dos igualdades tienen un miembro en común, los otros dos miembros también son iguales entre sí. Ejemplos:

Si 4 + 6 = 10 y 5 + 5 = 10, entonces 4 + 6 = 5 + 5

Si entonces



Si, entonces



**Ejemplo 1**: Se sabe que:calcule el valor numérico de la siguiente expresión







Observe que la expresión, aparece dentro del radical y también dentro de los paréntesis. Como sabemos que la misma tiene un valor igual a 1, se sustituye y opera de la forma siguiente:



 R. 3

**Nota:** en algunas ocasiones la sustitución no es tan evidente, por lo que es necesario realizar arreglos algebraicos para poder encontrar el valor numérico.

**Ejemplo 2:** Se sabe que calcule el valor numérico de la expresión





Se agrupan los primeros tres términos y luego los últimos dos: 



Sabiendo que el valor de a + b es igual a 1, se sustituye en la expresión anterior y se obtiene su valor numérico 

25 + 10 = 35 R. 35

**Actividad 1**

1) Halla el valor numérico del polinomiopara R. 100



2) Calcula el valor numérico del polinomio en los casos:



a) R. - 4



b) R. 12



3) Valuar la expresión algebraica llamada f(x) = , en x = -2 R. f(-2) = 15

4) Valuar la siguiente expresión algebraica , en a = 3 & b = 2 R. -37

5) Sea 2x – y = 1, calcule el valor de las siguientes expresiones algebraicas

a)  R. 7

b)  R.

c)  R. 5

d)  R.8

6) Sea , calcule el valor de las siguientes expresiones algebraicas

a)  R. 50

b)  R. 54

c)  R. 120

d)  R. 13

*“Es preciso saber lo que se quiere, cuando se quiere, hay que tener el valor de decirlo y cuando se dice, es menester tener el coraje de realizarlo”. G. Clemenceau*

**Guía de estudio No. 6.2**

*“El que conoce a los demás es un erudito; quien se conoce a sí mismo*

*es un sabio” Lao-tse*

**Tema: CONCEPTO DE ECUACIÓN Y PRINCIPIOS PARA SU SOLUCIÓN**

**Concepto de ecuación**

Es una expresión algebraica que consta de dos miembros separados por un signo de igualdad. Uno o ambos miembros de la ecuación, debe tener al menos una variable o letra, llamada incógnita. Las ecuaciones se convierten en identidades sólo para determinados valores de la(s) incógnita(s). Estos valores particulares se llamansoluciones de la ecuación. Ejemplo:

La ecuación: sólo se cumple para , ya que si sustituimos dicho valor en la ecuación quedará la identidad: 10 = 10. Por lo tanto decimos que es la solución de la ecuación dada. De hecho, es la única solución o raíz. Si usáramos, por ejemplo,, resultaría -2 = 10 (un absurdo)



Resolver una ecuación, es hallar los valores de x que la satisfacen a través de técnicas matemáticas variadas. Si la ecuación es de primer grado, un despeje es el procedimiento general. Si el grado de la ecuación es superior a uno, deben utilizarse otros métodos.

**Ecuación de primer grado:** o ecuación lineal, es un planteamiento de igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contiene productos entre las variables, es decir, una [ecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n) que involucra solamente **sumas y restas** de una [variable](http://es.wikipedia.org/wiki/Variable) a la **primera potencia**. En el sistema cartesiano representan rectas. Una forma común de ecuaciones lineales es:



# Procedimiento para resolver una ecuación lineal de una incógnita:

Un procedimiento general para resolver las ecuaciones, lineales de una incógnita es el siguiente:

1. Elimine todas las fracciones multiplicando cada lado o miembro por el mínimo común denominador.

2. Eliminar paréntesis.

3. Simplifique los términos semejantes, usando la propiedad aditiva de la igualdad, para lograr que la ecuación tenga la forma:



4. Despeje la variable mediante la propiedad multiplicativa de la igualdad.

5. Verifique el resultado con la ecuación original.

**Principios para la solución de las ecuaciones**

El axioma fundamental de las ecuaciones, es que una ecuación se transforma en otra equivalente cuando se ejecutan operaciones elementales iguales en ambos miembros, es decir.

* Si a los dos miembros de una ecuación se les suma una misma cantidad positiva o negativa, la igualdad subsiste.
* Si a los dos miembros de una ecuación se les resta una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
* Si los dos miembros de una ecuación se multiplican por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
* Si los dos miembros de una ecuación se dividen por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste
* Si se eleva a una misma potencia los dos miembros de una ecuación, la ecuación resultante tiene, generalmente, más soluciones que la ecuación inicial. En este caso, se prescinde de aquellas soluciones que no satisfacen la primera ecuación; este es el caso de la solución de una ecuación irracional, es decir aquella que contiene raíces o radicales y las posibles soluciones se comprueban en la ecuación original y aquellas que no satisfacen a la otra, se descartan y se aceptan únicamente la que satisfagan a la ecuación original…

**Transponer términos:** consiste en cambiar los términos de una ecuación de un miembro a otro. Consideremos la ecuación 3*x*-2 = *x*+6

Para transponer el término -2 del primer miembro al segundo añadimos 2 a ambos miembros y resulta 3*x*-2 +2= *x*+6+2. Es decir 3*x* = *x*+8

En ocasiones se trasponen al primer miembro todos los términos de una ecuación y, en ese caso, el segundo miembro es cero. Así, en la ecuación 3*x*-2 = *x*+6 tendríamos

3*x*-2-6 = *x*+6-6 o sea 3*x*-8 = *x*

Añadiendo –*x* a ambos miembros resultaría: 3*x*-8-*x* = *x-x, e*s decir, 2*x*-8 = 0

**Ejemplo:** Resolver la ecuación



Pasando para al primer miembro al segundo, cambiándoles los signos, tenemos:



Reduciendo términos semejantes:



Despejando para lo cual dividimos los dos miembros de la ecuación por 2, tenemos:



**Actividad 1**

Con base en los principios de las ecuaciones, resolver las siguientes ecuaciones:

1. R.



1. R.



1. R.



4) R.



*“Como aguas profundas es el consejo en el corazón del hombre; más el hombre entendido lo alcanzará”*

**Guía de estudio No. 6.3**

*“Si el hombre no piensa en lo que está distante, hará pesaroso lo que está cerca”*

*Confucio*

**ECUACIONES LINEALES Y ECUACIONES EQUIVALENTES**

# Ecuaciones lineales

Una ecuación es una igualdad que contiene una o más incógnitas. En una ecuación existen cantidades desconocidas (incógnitas), que en general, se designan por letras minúsculas de la parte final del alfabeto: x, y, z y cantidades conocidas (coeficientes), que pueden designarse por letras minúsculas iniciales del alfabeto: a, b, c.

En el caso de las ecuaciones con una incógnita, están catalogadas según el exponente más alto de la incógnita:

 es una ecuación lineal o de primer grado;

 es una ecuación cuadrática o de segundo grado;

**** es una ecuación de tercer grado o cúbica.



**Ecuaciones equivalentes**: Se dice que dos ecuaciones son equivalente, si tienen las mismas soluciones. En el caso de las ecuaciones lineales con dos incógnitas, las soluciones son los puntos de su recta asociada, por lo tanto dos ecuaciones lineales con dos incógnitas son equivalentes, si se representan con la misma recta.

Determinación de ecuaciones equivalentes: Hay infinitas ecuaciones equivalentes a una dada; todas ellas tienen sus coeficientes proporcionales: QUOTE

